

## Выбор оптимального периода выращивания леса в модели поведения собственника лесного участка

Выдумкин П.А., Шагин В.Л.

В статье делается краткий обзор моделей оптимального управления лесными ресурсами и дается оценка их применимости для российских условий. Подробно рассматривается модель поведения собственника лесного участка, предпочтения которого учитывают блага, получаемые от сохранения своего леса. Авторы улучшают существующую модель путем введения зависимости цены древесины от возраста леса. Основанием для статьи и послужила выпускная квалификационная работа на звание бакалавра экономики, защищенная на факультете экономики ГУ ВШЭ в 2002 г.

### 1. Важность решения задачи оптимального управления лесами России

*Доход от лесов можно разделить еще на временный и прочный. Временный – в том случае, когда помещик старается от продажи леса выручить в скорейшем времени наибольшую сумму денег, не заботясь о сохранении коренных запасов леса; или когда крестьяне могут пользоваться лесом неограниченно. В обоих случаях после избытка, благосостояния и богатства, которые, впрочем, скоро уничтожаются сопровождающей их роскошью, наступают бедность, нужда, сопутствуемые упадком нравственности и духа, а для наследников готовится нищета.*

А.Е. Теплоухов, 1848 [3].

Отношение человека к лесной природе за последние несколько тысячелетий истории человеческой цивилизации менялось самым радикальным образом. На ранних этапах лес был для человека, прежде всего, враждебной «пустыней», у которой с большими усилиями приходилось отвоевывать территорию для развития

**Выдумкин П.А.** – студент магистерской программы «Математические методы анализа экономики» факультета экономики ГУ ВШЭ.

**Шагин В.Л.** – доцент кафедры эконометрики и математической экономики ГУ ВШЭ.

Статья поступила в Редакцию в декабре 2002 г.

сельского хозяйства. Впоследствии, с развитием товарного производства продукции из древесины, ростом потребности в дровах и древесном угле, развитием связанной с лесом промышленности, лес стал одним из важнейших источников материальных благ, необходимых для развития человеческого общества, прежде всего, «фабрикой древесины». И лишь относительно недавно, под воздействием постоянных неблагоприятных изменений в окружающей среде, человечество стало осознавать важность нематериальных свойств и функций леса.

Лес – это не только промышленное сырье, но и важный фактор экологического благополучия. Он исключает из атмосферы огромное количество углекислого газа, поддерживая, таким образом, климатический баланс Земли. Лес регулирует водный режим территории и, сохраняя высокую влажность воздуха, предотвращает эрозию почв. Леса являются единственной средой обитания примерно 2/3 наземных видов растений и животных. Ценные в эстетическом отношении природные ландшафты тысячелетиями формировали человеческую культуру и до сих пор продолжают оказывать на эстетическое развитие человечества очень большое влияние. Лес – это важнейший рекреационный ресурс. За последние несколько десятилетий с ростом количества и населенности крупных городов потребность людей в местах отдыха возросла многократно.

В России экологические проблемы, связанные с лесопользованием, продолжают расти. Они включают ряд вопросов, которые требуют срочного решения. К их числу можно отнести следующие:

- быстрое уничтожение массивов естественной тайги, являющихся последними территориями, где сохраняется природное биологическое разнообразие и многие другие элементы естественных таежных ландшафтов;
- отсутствие эффективной лесной охраны и, как следствие, большое количество лесных пожаров, уничтожающих ежегодно значительные площади лесов;
- эрозия и заболачивание вырубок, связанные с большим размером вырубаемых площадей, применением тяжелой лесозаготовительной техники, отсутствием мер по эффективному лесовосстановлению;
- уничтожение значительной части лесов вдоль берегов таежных рек и в результате – эрозия склонов речных долин, загрязнение вод смываемой с лесосек почвой, изменение водного режима рек и озер;
- резкое сокращение биологического разнообразия лесных территорий, сокращение численности многих видов растений и животных в результате интенсивных рубок;
- сокращение численности многих охотничье-промысловых видов животных;
- загрязнение лесных территорий свалками промышленных отходов, токсическими (например при падении нижних ступеней запускаемых ракет) и радиоактивными отходами.

Острота экологических проблем такова, что лес нельзя в дальнейшем рассматривать только как промышленное сырье. Поэтому решение задачи использования леса в течение периода времени предполагает применение теории оптимального управления. В работе будет дан обзор моделей оптимального управления природными ресурсами и на их основе построена модель, которую можно использовать для наших лесных богатств.

## 2. Обзор моделей оптимального управления природными ресурсами

Одним из подходов к решению проблемы оптимального использования природных ресурсов является их включение в модели экономического роста. В этих моделях рассматривается экономика в целом и максимизируется интегральный оператор полезности, который зависит от суммарного потребления всех экономических агентов. Выпуск распределяется между потреблением и сбережениями, которые увеличивают запас производственного капитала. Одним из факторов производства является уровень научно-технического прогресса. Классической моделью, учитывающей природные ресурсы и их истощение, является модель экономистов Ph. Aghion, P. Howitt [5]. В ней уменьшение запаса природных ресурсов увеличивает выпуск, но уменьшает полезность. Несмотря на хорошую разработку, эта модель удобна для выявления общих закономерностей, но не для конкретных расчетов. Во-первых, в ней используются такие трудно измеримые величины, как функция научно-технического прогресса, вероятность изменения предпочтений и другие. Во-вторых, все природные ресурсы объединены в один.

Для экономически эффективного использования леса необходимо не только знание общих закономерностей, но и правильное определение численных параметров государственной политики в области природных ресурсов (например платы за право вырубki леса). Чтобы решить эту задачу с использованием теории оптимального управления, был построен ряд моделей, учитывающих особенности разных стран. В отличие от моделей экономического роста с включением природных ресурсов, целевой функцией этих моделей является дисконтированная сумма дохода за период, а не полезность. Параметры этих моделей могут быть оценены эконометрическим путем, что делает возможным их применение на практике. Приведем некоторые примеры моделей управления лесом разных стран.

Процесс использования леса в Судане легко поддается формальному математическому описанию. Древесина используется только на дрова. Земли, освобожденные от леса, применяются для сельского хозяйства. Потребители древесного топлива находятся в одной точке – на побережье, поэтому в процессе обезлесивания издержки доставки древесины из глубины страны растут. Издержки посадки леса постоянны. Обезлесивание снижает урожайность сельского хозяйства. Единственный способ инвестиций в лесосберегающие технологии – использование более современных печей. Используя эти предпосылки и эконометрические данные о функциях спроса на сельскохозяйственную продукцию и на дрова, профессор университета города Претории R.M. Hassan строит модель управления суданским лесом [9]. В модели максимизируется дисконтированная сумма дохода, получаемая от использования леса.

Применяя теорию оптимального управления, автор исследования дает конкретные рекомендации по разным вопросам: до какой минимальной величины разумно допустить сокращение лесов в Судане, какая должна быть плата за право вырубki леса (существующая сейчас плата составляет 6% от рекомендованной), каким должен быть объем инвестиций государства во внедрение лесосберегающих технологий.

Другим примером успешного построения модели управления лесом в отдельной стране является работа Н.М. Gunatilake, U. Chakravoty [8]. В условиях, когда запрещен перевод лесных земель под сельскохозяйственные нужды, на Шри-Ланке происходит расхищение местными жителями лесных ресурсов (лекарственных растений, фруктов, специй), которое наносит большой урон ценности леса. Н. М. Gunatilake, U. Chakravoty применили теорию оптимального управления для разработки методов защиты ресурсов лесов Шри-Ланки. В своей модели они максимизируют дисконтированную сумму дохода домохозяйства, которое осуществляет выбор между занятием сельским хозяйством и добычей лесных ресурсов. На основании анализа модели авторы показывают, что для сохранения лесов Шри-Ланки необходимо отвлекать население от лесозаготовительной деятельности, стимулируя развитие сельского хозяйства. Авторы работы дают конкретные рекомендации о необходимых размерах государственных инвестиций в сельскохозяйственные технологии, правильность которых подтверждается эмпирическими исследованиями.

Рассмотрение перечисленных моделей показывает, что построение расчетной модели оптимального управления лесом в пределах страны бывает успешным в условиях небольших примитивных экономик, где лес используется для какой-то одной цели, потребитель древесины находится в одной точке, цена на лес везде одинакова. Поэтому там, где сложно построить модель для всей страны, используются модели поведения собственника участка леса.

Модели поведения собственника леса анализируют, как хозяин участка решает, когда он будет вырубать лес. Первая модель такого типа была разработана Faustman в 1849 г. [7]. В ней целью хозяина участка является получение наибольшего дохода, эта модель была базовой для анализа поведения собственников леса более ста лет. Но эконометрические исследования показали, что длина периода выращивания леса зависит от характеристик собственника (не связанных с лесом доходов, богатства, размера участка) [6]. Эта зависимость возникает из-за того, что лес является для хозяина участка местом отдыха и источником чистого воздуха. Были созданы модели, в которых целевая функция хозяина участка включает полезность от обладания лесом (например О. Thavonen [10]).

С помощью моделей, учитывающих особенности хозяина участка, можно определить размер участка, уровень налогов на владельца леса и другие параметры, при которых оптимальное для собственника использование леса будет совпадать с необходимым для хорошей экологической ситуации. Поэтому эти модели могут быть использованы для анализа эффективности передачи леса в частную собственность, в том числе и в России.

Несмотря на более чем столетнюю историю развития моделей поведения собственника леса, они до сих пор содержат неточности в описании процесса выращивания леса, которые могут привести к получению неверных выводов. Например, большинство моделей не учитывают зависимости цены древесины от возраста леса, что может привести к неверным результатам при их применении в России. Целью нашего исследования является усовершенствование стандартной модели поведения собственника леса путем учета при ее построении зависимости цены древесины от возраста леса.

### 3. Построение модели поведения собственника лесного участка

Пусть владелец участка хвойного леса живет за счет небольшого постоянного дохода и выручки от регулярной вырубке древесины на своем участке. Он иногда рубит лес, но с неохотой, поскольку это для него не только источник дохода, но и среда, где он живет, работает и отдыхает. У хозяина леса много возможностей выбора стратегии: можно лес совсем не рубить; можно рубить раз в 50 лет или раз в 500 лет; можно удобрять и сажать лес или не ухаживать за ним совсем. И он не может решить, как ему действовать. Для формального анализа его поведения нужно выписать целевую функцию хозяина.

Функция полезности владельца леса состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое описывает то доброе, что получает человек от траты денег на свои нужды. Важно учесть, что сюда не входят затраты на выращивание и вырубку леса. В дальнейшем будем называть эти расходы *потреблением* и обозначать буквой  $\Pi$ . Для полезности от потребления разумно предположить убывающую отдачу, поэтому она имеет вид:

$$(1) \quad U = \Pi^\lambda,$$

где  $\lambda$  – константа, эластичность полезности по доходу:  $\frac{\partial U}{\partial \Pi} \cdot \frac{\Pi}{U} = \lambda$ ,  $0 < \lambda < 1$ .

Второе слагаемое представляет собой пользу для здоровья и *эстетические* блага, получаемые человеком от жизни в своем лесу. Так как участок постоянно находится в собственности своего владельца, то хозяин может потерять свой лес, только продав его на порубку. После рубки лес постепенно вырастает, поэтому аргументом *функции эстетической полезности* леса является время, прошедшее от последней вырубки – возраст леса. Оно обозначается  $\tau$  и измеряется в годах. Функция полезности леса имеет вид:

$$(2) \quad A = \omega \cdot (1 - e^{-\varphi \tau}),$$

где  $\varphi, \omega$  – константы. Заметим, что в данной модели рассматривается случай полной вырубки леса (а не какой-то его части). Данная функция была впервые применена для исследования поведения владельцев леса финскими экономистами Olli Tahvonen и Seppo Salo [10]. При больших  $\tau$  функция выходит на насыщение, это отражает полное восстановление леса на участке. Коэффициент  $\omega$  показывает важность для хозяина участка благ, приносимых лесом, по сравнению с полезностью от потребления.

Полезность владельца участка в каждый момент времени определяется по формуле:

$$(3) \quad D = A + U.$$

Хозяин участка предполагает, что он сам и его потомки будут жить на этой земле еще много лет, поэтому его целевая функция – это интегральная функция полезности за период времени, рассматриваемый в модели:

$$(4) \quad \int_0^T D(t) \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot dt = \int_0^T ([\Pi(t)]^\lambda + \omega \cdot (1 - e^{-\varphi \cdot \tau(t)})) \cdot e^{-\delta \cdot t} dt,$$

где  $T$  – период, анализируемый в модели. Дисконтный множитель  $e^{-\delta \cdot t}$  показывает, что для хозяина полезность сейчас важнее, чем в будущем.

В модели для упрощения предполагается, что собственник леса может делать сбережения, но не может брать кредит, поэтому, когда собственник участка леса максимизирует свою целевую функцию (4), он сталкивается с ограничением – его расходы в каждый момент времени не должны превышать доходы. Расходы включают следующее:

- затраты на вырубку участка, если она производится, обозначаются  $L$ , измеряются в денежных единицах (\$) и вычисляются по формуле:

$$(5) \quad L = N \cdot H,$$

где  $N$  – площадь участка в гектарах,  $H$  – издержки вырубki одного гектара леса;

- потребление  $P$ .

Доходы включают следующие статьи:

- постоянный доход из других источников, обозначается  $I$  и измеряется в денежных единицах (\$);

- сбережения прошлого периода с начисленным на них процентом. Сбережения обозначаются  $S$  и измеряются в денежных единицах (\$);  $\rho$  – процентная ставка;

- поступления от продажи древесины, если производилась вырубка участка. Цена древесины за  $m^3$  обозначается  $P$ , измеряется в \$. Объем древесины на участке обозначается  $R$ , измеряется в  $m^3$ . Решение о вырубке участка, которое обозначается  $\pi$  – логическая переменная:  $\pi(t) = 1$ , если в момент времени  $t$  рубим лес;  $\pi(t) = 0$ , если лес не вырубается. Прибыль от продажи древесины, таким образом, равна  $\pi(t) \cdot (P \cdot R - L)$ .

Первое ограничение можно кратко сформулировать как неотрицательность сбережений и записать формально:

$$(6) \quad S(t) \geq 0,$$

$$(7) \quad \text{где } \dot{S}(t) = \rho \cdot S(t) + I - \Pi(t) + \pi(t) \cdot (P(t) \cdot R(t) - L).$$

Отметим, что последнее слагаемое в формуле (7) отлично от нуля только в моменты вырубki леса. И в этот момент величина  $\tau$  равна возрасту леса (от момента его предыдущей вырубki).

Для владельца участка лес – это не только источник чистого воздуха, но и средство получения дохода, поэтому важно определить его рыночную стоимость. Она зависит от объема древесины на участке ( $R$ ) и цены леса за  $m^3$  ( $P$ ). Обе эти величины являются функциями возраста леса. Рассмотрим каждую из них отдельно.

Процесс восстановления хвойного леса после вырубki можно разбить на несколько периодов [1].

1) Возраст 0–8 лет – зарождение леса, когда прирост стволовой древесины еще не начался, поэтому для  $\tau \in [0; 8]$   $R(\tau) = 0$ .

2) Возраст 8–80 лет – рост леса. До 35 лет ежегодный прирост древесины постоянно увеличивается, а потом снижается. Если  $\tau \in (8; 80)$ ,

$$\text{то } R(\tau) = N \cdot M \cdot F(\alpha_1; \beta_1; 8; 80; \tau),$$

где  $M$  – максимальный объем древесины на участке площадью один гектар,  $N$  – площадь участка,  $F(\alpha_1; \beta_1; 8; 80; \tau)$  – функция бета-распределения случайной величины, которая принимает значения от 8 до 80 со средним 35,  $\alpha_1 = 2,2$ ;  $\beta_1 = 3,3$ .

3) Начиная с возраста 80 лет, объем древесины не меняется, поэтому для  $\tau \in [80; +\infty) \Rightarrow R(\tau) = M \cdot N$ .

Для любого возраста функция объема древесины на участке записывается следующим образом:

$$(8) \quad \begin{cases} \tau \in [0; 8] \Rightarrow R(\tau) = 0 \\ \tau \in (8; 80) \Rightarrow R(\tau) = M \cdot N \cdot F(\alpha_1, \beta_1, 8, 80; \tau) \\ \tau \in [80; +\infty) \Rightarrow R(\tau) = M \cdot N \end{cases}$$

График функции (8) показан на рис. 1.

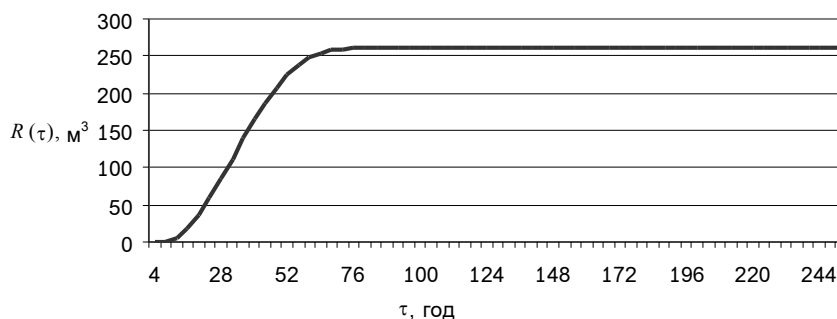


Рис. 1.

Описанные выше характеристики хозяина участка и его леса присутствуют и во многих других исследованиях по данной тематике. Наша работа отличается тем, что в ней цена древесины является не постоянной величиной, а функцией от возраста леса. Эта зависимость возникает из-за того, что на лесном участке, который регулярно подвергается вырубке, древесный возраст всех деревьев становится одинаковым. Поэтому в отличие от леса, который никогда не вырубался и всегда состоит из деревьев разных возрастов, вырубаемый участок содержит пригодную для промышленного использования и, соответственно, имеющую положительную рыночную цену древесину только в определенное время после вырубki (подробнее об этом см. у Ярошенко Ю. А. [4]). Упрощенно зависимость цены на древесину от возраста леса на участке можно представить следующим образом.

1) До возраста 18 лет промышленное использование древесины невозможно, поэтому  $P(\tau) = 0$  для  $\tau \in [0; 18]$ .

2) С 18 до 50 лет использование древесины ограничено, цена растет и достигает наибольшего значения к 50 годам. Для  $\tau \in (18; 50] \Rightarrow P \cdot F(18; 50; \alpha_2; \beta_2; \tau)$ , где  $P$  – уровень цены на зрелую древесину,  $F(18; 50; \alpha_2; \beta_2; \tau)$  – функция бета-распределения случайной величины, которая принимает значения от 18 до 50,  $\alpha_2 = 0,3$ ;  $\beta_2 = 0,2$ .

3) С 50 до 85 лет цена древесины не меняется:  $\tau \in (50; 85] \Rightarrow P(\tau) = P$ .

4) С 85 лет древесина теряет качество из-за перестоя, цена снижается и, начиная со 125 лет, обнуляется, поэтому при  $\tau \in (85; 125] \Rightarrow P \cdot (1 - F(85; 125; \alpha_3; \beta_3; \tau))$ , где  $F(85; 125; \alpha_3; \beta_3; \tau)$  – функция бета-распределения случайной величины, которая принимает значения от 85 до 125,  $\alpha_3 = 2$ ;  $\beta_3 = 0,2$ .

В общем виде функция цены древесины имеет вид:

$$(9) \quad \begin{cases} \tau \in [0; 18] \Rightarrow P(\tau) = 0 \\ \tau \in (18; 50] \Rightarrow P(\tau) = P \cdot F(18, 50, \alpha_2, \beta_2; \tau) \\ \tau \in (50; 85] \Rightarrow P(\tau) = P \\ \tau \in (85; 125] \Rightarrow P(\tau) = P \cdot (1 - F(85, 125, \alpha_3, \beta_3; \tau)) \\ \tau \in (125; +\infty) \Rightarrow P(\tau) = 0 \end{cases}$$

График функции (9) представлен на рис. 2.

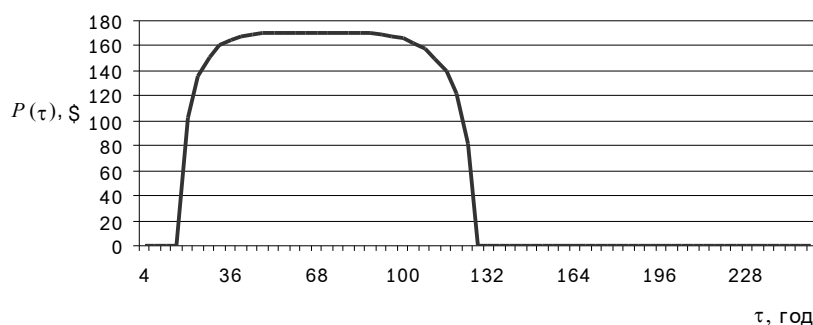


Рис. 2.

Собственник участка леса выбирает в каждый момент времени уровень потребления  $\Pi(t)$  и решение о вырубке леса  $\pi(t)$  так, чтобы достичь наибольшего значения своей целевой функции и не нарушить бюджетное ограничение. Формально задача выписывается так:

$$(10) \quad \Psi = \int_0^T ( [\Pi(t)]^\lambda + \omega \cdot (1 - e^{-\varphi \cdot \tau(t)}) ) \cdot e^{-\delta \cdot t} dt \Rightarrow \max_{\Pi(t); \pi(t)}$$

при ограничениях:

$$(11) \quad \Pi(t) \geq 0$$



$$(12) \quad S(t) \geq 0,$$

где динамика  $S(t)$  и  $\tau(t)$  определяется из дифференциальных уравнений:

$$(13) \quad \dot{S}(t) = \rho \cdot S(t) + I - \Pi(t) + \pi(t) \cdot (P(\tau) \cdot R(\tau) - L)$$

$$(14) \quad \dot{\tau}(t) = 1, \text{ если } \pi(t) = 0; \quad \tau(t) = 0, \text{ если } \pi(t) = 1,$$

где  $\tau(t)$  – кусочно-непрерывная функция, вид которой изображен на рис. 3.

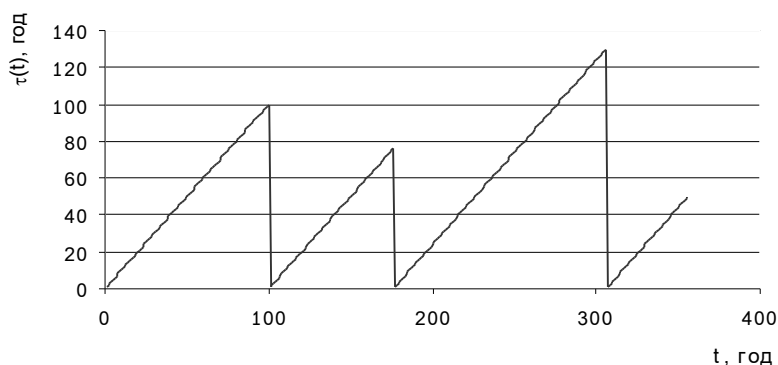


Рис. 3.

Величины  $L, R(\tau), P(\tau)$  определяются по формулам (5), (8), (9) соответственно.

Приведенная выше система уравнений и неравенств – это задача оптимального управления с ограничениями. Переменными *управления* системы являются потребление  $\Pi(t)$  и решение о вырубке  $\pi(t)$ , они изменяются на множествах:  $\Pi(t) \in [0; +\infty)$ ,  $\pi(t) \in \{0; 1\}$ . Переменные *состояния* системы – сбережения  $S(t)$  и возраст леса  $\tau(t)$ . Управление переменными состояниями осуществляется через уравнения движения (13) и (14). Целевой функционал определяется формулой (10). Так как в нашей постановке максимизация осуществляется на ограниченном промежутке  $t \in [0; T]$ , то это задача оптимального управления с фиксированным конечным временем и произвольным конечным состоянием.

В своей работе мы ограничимся рассмотрением ситуации, когда период выращивания леса будет постоянным на всем исследуемом промежутке. В этом случае решением задачи хозяина будут являться оптимальная траектория потребления и оптимальный период выращивания леса. Нашей целью является установление, как особенности собственника (параметры его целевой функции) и внешние факторы (площадь участка, цена леса, издержки вырубки) влияют на величину этого периода. Tahhvonon O., Salo S. [10] показали, что хозяин участка выберет постоянный период выращивания леса, если дисконтный фактор  $\delta$  принимает значение, равное процентной ставке по сбережениям ( $\delta = \rho$ ). Это произойдет потому, что стратегия накопления богатства и использование процентных доходов вместо выручки от продажи древесины, чтобы в дальнейшем рубить лес реже, не будет оптимальной. Если процентная ставка не превышает дисконтфактор, то увеличения функции полезности в будущем, благодаря использованию

процентов по накоплениям, не будет достаточно для того, чтобы компенсировать потери полезности в настоящем, вызванные отказом от потребления в пользу сбережений. Поэтому хозяин участка леса будет целиком использовать выручку от продажи леса до проведения следующей вырубki. Так как сбережения не накапливаются в процессе использования, то положение собственника не меняется, а значит, его выбор оптимального периода выращивания леса будет одинаковым на всем исследуемом промежутке.

Несмотря на упрощающую предпосылку о постоянном периоде выращивания леса, аналитическое решение задачи хозяина невозможно, так как одна из переменных состояния системы – возраст леса – не является непрерывной функцией времени (она обнуляется в момент вырубki). Поэтому необходимо использовать численные методы ее решения.

#### 4. Решение задачи хозяина леса

Для численного решения задачи модель была представлена в дискретном времени с шагом дискретизации – четыре года. Чтобы провести сравнение между различными периодами роста леса, необходимо сравнивать значения целевой функции на интервале, включающем несколько циклов выращивания леса, поэтому анализировался период времени  $T = 248$  лет. Для нахождения оптимального периода выращивания леса при заданных параметрах модели производился циклический перебор возможных значений периода выращивания леса, при каждом из которых находилась траектория потребления, максимизирующая целевую функцию (10) при ограничениях (11), (12). Выбирался период выращивания леса, позволяющий достичь наибольшего значения целевой функции.

При оценке влияния одного из параметров на оптимальный период роста леса значения остальных констант определяются на основе различных исследований по данной теме. Для каждого конкретного случая значения параметров могут отличаться, в расчетах используются правдоподобные величины.

1) Целевая функция:  $\lambda = 0,5$ ;  $\omega = 70$ ;  $\varphi = 0,05$ ;  $\delta = \rho = 0,03$ .

2) Уравнение динамики сбережений: постоянный доход  $I = 1000$  \$; издержки вырубki:  $L = N \cdot H$ , где площадь участка  $N = 1$  га, издержки на гектар  $H = 2000$  \$. Цена качественной древесины за  $m^3$   $P = 170$  \$ [10]. Максимальный объем древесины на участке площадью 1 га  $M = 260$  [2].

При данных значениях констант оптимальный период выращивания леса составил 48 лет.

Эластичность целевой функции по потреблению  $\lambda$  изменяется от 0 до 1. С ее увеличением возрастает вклад потребления в целевую функцию, поэтому для хозяина лесного участка важность потребления по сравнению с благами от леса увеличивается, ему становится более выгодным чаще вырубать и продавать лес. Численное решение подтверждает, что с ростом  $\lambda$  оптимальный период выращивания леса сокращается. Для  $\lambda \leq 0,43$  за исследуемый период в 248 лет вырубka не производится ни разу. Для  $\lambda \in [0,43; 0,9]$  период роста леса убывает с 84 до 40 лет. Изменение периода роста леса именно на этом промежутке объясняется тем, что, как было объяснено выше, в этом возрасте древесина обладает наилучшим качеством и высокой ценой.

Коэффициент  $\omega$  показывает важность для хозяина участка благ ( $A$ ), приносимых лесом, по сравнению с полезностью от потребления ( $U$ ), формула (4). Численное решение выявляет увеличение оптимального периода выращивания леса с ростом  $\omega$ . При  $\omega \geq 130$  за исследуемый период в 248 лет вырубка не производится. При отсутствии полезности от леса,  $\omega = 0$ , период выращивания леса составляет 40 лет. Для  $\omega \in [0; 130]$  период выращивания леса возрастает с 40 до 84 лет. График зависимости периода выращивания леса от  $\omega$  представлен на рис. 4.

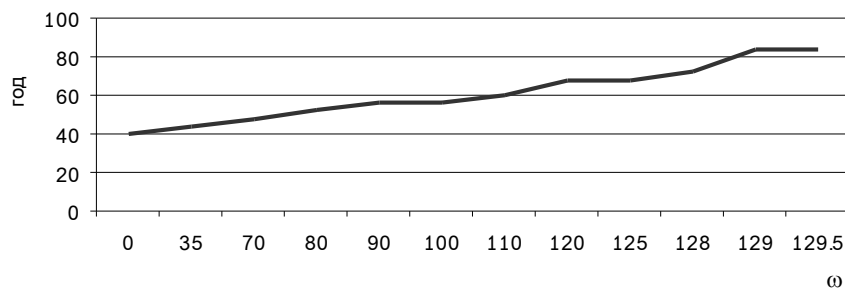


Рис. 4.

Множитель при возрасте леса  $\varphi$  определяет, при каком возрасте леса функция полезности леса (2) выходит на уровень насыщения  $\omega$ , поэтому его влияние на выбор оптимального периода роста леса неоднозначно. При  $\varphi \in [0,001; 0,02]$  функция полезности леса выходит на насыщение при возрасте леса, большем 216 лет, поэтому увеличение  $\varphi$  ведет к возрастанию вклада возраста леса в целевую функцию: оптимальный период выращивания леса на этом отрезке увеличивается с 36 до 48 лет. При  $\varphi \in [0,02; 0,07]$  рост вклада возраста леса в целевую функцию компенсируется более ранним выходом на насыщение полезности леса: оптимальный период выращивания леса на этом отрезке постоянный – 48 лет. При  $\varphi > 0,07$  функция полезности леса выходит на насыщение при возрасте леса 56 лет и менее, поэтому становится выгодно рубить лес чаще. На отрезке  $\varphi \in [0,07; 1]$  оптимальный период выращивания леса уменьшается с 48 до 36 лет и при  $\varphi > 1$  остается постоянным – 36 лет. График зависимости периода выращивания леса от  $\varphi$  представлен на рис. 5.

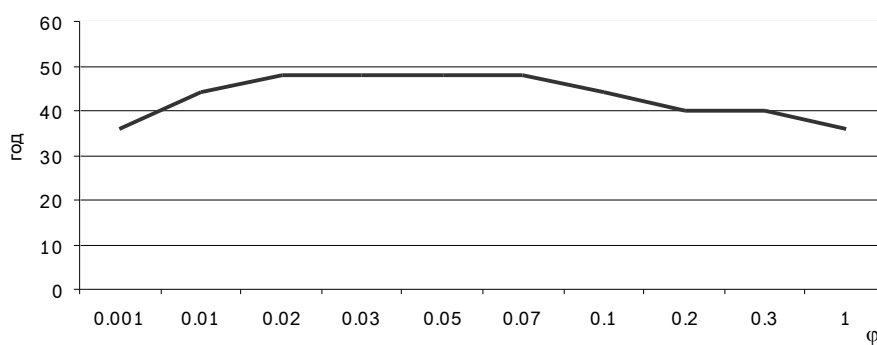


Рис. 5.

С увеличением площади участка  $L$  возрастает объем и, соответственно, ценность древесины. Вырубка становится более привлекательной, чем наслаждение благами леса. Расчеты выявляют снижение периода выращивания леса с ростом площади участка. При  $L \leq 0,4$  га за исследуемый период времени в 248 лет вырубка не производится ни разу. При  $L \in [0,5; 10]$  период выращивания леса уменьшается с 64 до 36 лет. В дальнейшем (при  $L > 10$ ) период роста остается постоянным – 36 лет. График зависимости периода выращивания леса от  $L$  представлен на рис. 6.

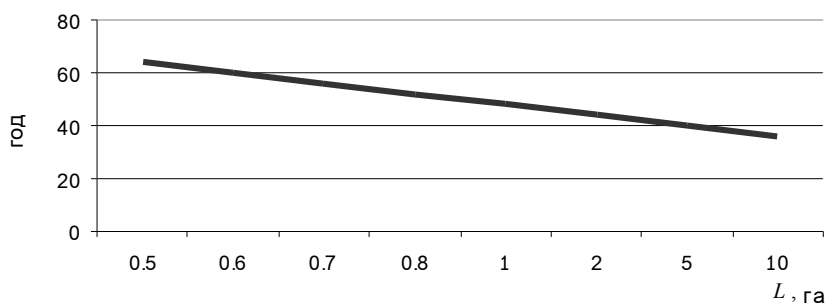


Рис. 6.

Рост дохода из других источников  $I$  из-за убывающей отдачи функции полезности потребления (1) уменьшает вклад вырубки леса в целевую функцию. Для хозяина становится оптимальным использовать лес для отдыха. При  $I = 11000$  за исследуемый период в 248 лет вырубка не производится. При  $I \in [1000; 10000]$  период выращивания леса возрастает с 48 до 100 лет.

Рост цены зрелой древесины  $P$  делает вырубку более привлекательной для владельца участка и уменьшает период выращивания леса. При  $P \leq 70\$$  за исследуемый период в 248 лет вырубка не производится. На отрезке  $P \in [80; 3000]$  период выращивания леса убывает с 72 до 32 лет.

Увеличение удельных издержек вырубки  $H$  приводит к росту периода выращивания леса. При  $H \geq 2600\$$  за исследуемый период в 248 лет вырубка не производится. На отрезке  $H \in [0; 25800]$  период выращивания леса возрастает с 48 до 72 лет.

## 5. Заключение

Использование модели поведения собственника леса, описанной в разделе 3, для определения оптимального периода выращивания леса показало, что рассмотренная модель отражает отмечаемую исследователями эмпирических данных (например D. Dennis [5]) зависимость периода выращивания леса на участке от индивидуальных характеристик собственника (это предпочтения эстетических благ леса доходу от его продажи, эластичность функции полезности по потреблению, доход из других источников). В модели также учитывается влияние на поведение собственника участка внешних факторов и характеристик участка (цены древесины, издержек вырубки, площади участка).

Все параметры, включенные в модель, оказывают значимое влияние на полученное в результате ее применения оптимальное поведение собственника леса.

Это подтверждает, что форма модели подобрана хорошо и она может быть применена в конкретных ситуациях для определения оптимального поведения собственника участка леса. Важным достоинством исследования, которое отличает его от аналогичных (например О. Thavonon [10]), является учет зависимости цены древесины от возраста леса. Поэтому в модели лес или вырубается в возрасте, пригодном для использования, или совсем не вырубается.

Построение модели и успешная проверка ее действия на примере оценки оптимального периода выращивания леса в разделах 3, 4 создают возможность для оценки с ее помощью других величин, зависящих от поведения собственников участков леса.

Для получения более точных результатов моделирования поведения собственника леса необходимо усовершенствовать модель. Планируется рассмотреть случай, когда период выращивания леса не является постоянной величиной и вырубка участка производится не всего целиком, а по частям.

Модель оптимального поведения собственника леса, описанная в разделе 3, при внесении в нее небольших изменений может быть использована для разработки стратегии лесопользования целого региона. При таком ее применении функция эстетической полезности леса будет отражать поступления от рекреационного использования леса в бюджет региона и важность леса для поддержания в нем экологической стабильности. Функция полезности потребления будет заменена на доходы бюджета от продажи древесины.

Таким образом, построенная и испытанная в работе модель управления лесом имеет большие перспективы для дальнейшего совершенствования и применения ее для решения актуальных прикладных задач лесопользования России.

\*            \*  
\*  
\*  
\*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронков Н.А. Экология общая, социальная, прикладная: Учебник для студентов высших учебных заведений. М.: Агар, 2000.
2. Константинов В.М., Челмидзе Ю.Б. Экологические основы природопользования: Учебное пособие для студентов сред. проф. образования. М.: Издательский центр Академия, 2001.
3. Теплоухов А.Е. Устройство лесов в помещичьих имениях. Руководство для управителей, лесничих и землемеров. СПб.: Воропаев, 1848.
4. Ярошенко А.Ю. Европейская тайга на грани тысячелетий. 2001.  
Web: <http://www.forest.ru>
5. Aghion P., Howitt P. Endogenous Growth Theory. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.
6. Dennis D. A Probit Analysis of Harvesting Decisions Using Pooled Time-Series and Cross-Sectional Data // Journal of Environmental Economics and Management. 1990. Vol. 18. P. 176–187.
7. Faustmann M. Berechnung des Wertes welchen waldboden sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirthschaft besitzen // Allgemeines Forst- und Jagd-Zeitung. 1849. 15. P. 441–455.

8. *Gunatilake H.M., Chakravoty U.* Forest Resource Extraction by Local Communities: a Comparative Dynamic Analysis. 2000. Web:<http://www.feem.it/web/activ/wp/abs00/41-00.pdf>
9. *Hassan R. M.* Depletion of Forest Resources in Sudan: Intervention Options for Optimal Control. 2000. Web:<http://www.york.ac.uk/depts/eeem/puplish/edepdf/rashid.pdf>
10. *Tahvonen O., Salo S.* Optimal Forest Rotation With in Situ Preferences // Journal of Environmental Economics and Management. 1999. Vol. 37. P. 106–128.