

ВОПРОСЫ ТЕОРИИ

Развитие и реализация идей модели межотраслевых взаимодействий для российской экономики¹⁾

Ершов Э.Б.

В статье излагаются идеи, возникшие в ходе разработки модели межотраслевых взаимодействий [45] и по разным причинам не реализованные на материалах экономики СССР. Характеризуется современное состояние исследований и их информационная база, делающее возможным продолжение работ над межотраслевой моделью российской экономики, в которой учитывается неоднородность спроса на продукцию отраслей. Формируется гипотеза, согласно которой затраты ресурсов в отрасли зависят от структуры рынка ее продукции. Разработан метод оценки параметров таких зависимостей, образующих ядро Межотраслевой модели взаимодействия потоков продукции. Метод опробован на данных составленных в ИНП РАН [38] экспериментальных межотраслевых балансов для 1980–2004 гг. в основных ценах 2000 г. с 25 отраслями.

Исходные положения модели межотраслевых взаимодействий (ММВ), сформулированные в работе [45], использовались в статьях, докладах на научных конференциях, трудах Ю.В. Ярёмченко и коллективных монографиях [21, 23, 40–43, 46, 47]. Информационной базой этих работ были экспериментальные межотраслевые балансы (МОБ) для 18 отраслей материального производства экономики СССР за 1950–1970 гг. Эти балансы были разработаны Ю.В. Ярёмченко и руководимыми им научными коллективами в Научно-исследовательском экономическом институте (НИЭИ) при Госплане СССР и в Центральном экономико-математическом институте (ЦЭМИ) Академии наук СССР.

Уникальность балансов, которые будем называть балансами Ярёмченко, заключалась в том, что они были составлены с единых методических позиций, в общей номенклатуре отраслей и функциональных элементов конечного продукта, в единых ценах – сопоставимых конечного потребления 1958 г. Заметим, что до настоящего времени российская государственная статистика публиковала межотраслевые балансы в текущих основных ценах и только для 1995–1997 гг. также в текущих ценах покупателей. В течение по крайней мере 1974–1986 гг. балансы Ярёмченко активно использовались в работах, посвященных экономике СССР. Содержание соответствующих публикаций позволяет оценить то, насколько информативны

¹⁾ Статья подготовлена в рамках проекта «Разработка рабочей версии макроструктурной модели российской экономики» Лаборатории макроструктурного моделирования экономики России Центра фундаментальных исследований ГУ ВШЭ.

Ершов Э.Б. – к.э.н., профессор кафедры математической экономики и эконометрики ГУ ВШЭ.

Статья поступила в Редакцию в сентябре 2007 г.

были эти балансы для прикладных исследований и теоретического осмысления закономерностей распределения разнокачественных ресурсов в экономических системах взаимодействующих неоднородных субъектов.

1. Направления исследований, сопряженные с разработкой модели межотраслевых взаимодействий

В процессе работ над ММВ высказывались и обсуждались разнообразные, в том числе альтернативные, предложения относительно направлений развития принципов и идей этой модели. Речь шла о целесообразности иметь семейство моделей, имеющих различные области применения. Значительная часть таких предложений не отражена в упоминаемых публикациях, ориентированных на изложение в той или иной мере уже найденных решений.

Относительно перспективных направлений исследований у разработчиков не было единой позиции. Но само существование систематизированной информации об экономике страны для периода продолжительностью более 20 лет, содержание и методы получения которой были детально известны ее составителям и участникам работ, стимулировало качественные постановки разнообразных вопросов. Последние трансформировались в представлявшиеся важными направления исследований, для которых предстояло выработать формулировки целей и методы изучения.

Кратко охарактеризуем наиболее принципиальные, по нашему мнению, из таких направлений, актуальность продвижения по которым сохраняется, несмотря на то, что экономика России существенно отличается от экономики СССР 1950–1980 гг.

Особенностью ММВ по сравнению с моделями «Затраты – Выпуск», развивающими идеи В.В. Леонтьева, было стремление уменьшить число экзогенно задаваемых параметров модели при одновременном расширении множества экзогенных переменных, выражающих рассматриваемую экономическую политику. В качестве параметров, по отношению к которым признавалось необходимым отказаться от их экзогенного обоснования или использования предоставляемых статистикой значений, в ММВ рассматривались коэффициенты прямых материальных затрат на единицу выпуска продукции отрасли. В практике межотраслевого моделирования известны разнообразные попытки моделировать эти коэффициенты, но, как правило, их значения разрабатывались вне модели. В ММВ эндогенно моделировалась значительная часть межотраслевых потоков затрат.

При определении задач, решаемых с помощью ММВ, признавалось целесообразным описать механизмы взаимного влияния анонсирования и реализации целей экономической политики, по предложению отражаемых в прогнозе конечного продукта и его элементов, и процессов, проявляющихся в формировании и использовании разнообразных ресурсов реально функционирующими субъектами экономической деятельности. В исходном варианте ММВ [45] это поисковое направление исследований проявилось в том, что к некоторым переменным был применен принцип «двойного и неравновесного описания». Каждая такая переменная трансформировалась в пару переменных, значение одной из них задавалось экзогенно и трактовалась как «целевая установка» или как макроэкономический, предварительный прогноз, предполагающий уточнение с учетом межотраслевого аспекта функционирования экономики. Значение переменной-двойника находилось с помощью модели и рассматривалось как результат реакции экономики на целевые установки или результат модельного уточнения и согласования предварительных прогнозов.

Так преодолевалась ограниченность и нереалистичность постулата полного следования экономики целевым установкам и домодельным прогнозам. К сожалению, в условиях плановой социалистической экономики ее сильная инерционность, взаимосвязанность ее частей и в то же время ограниченная, но все же самостоятельность действующих в ней субъектов скорее игнорировались, а причины отличий, в том числе существенных, фактических итогов ее функционирования от народнохозяйственных планов серьезно не анализировались и даже замалчивались. Задача оценивания параметров ММВ по данным балансов Ярёменко требовала выполнения трудоемких информационных работ и развития методов идентификации соотношений модели с учетом двойного описания части ее переменных. Это направление осталось на периферии поля зрения исследователей. В публикациях даже не были охарактеризованы варианты значений экзогенных переменных ММВ, относящиеся к 1950–1970 гг. и 1971–1980 гг.

Как следствие многих объективных и субъективных причин был утрачен интерес к изучению с помощью межотраслевых моделей влияния процессов взаимодействия отраслей на макроэкономические показатели, используемые при определении ключевых положений экономической политики. Следует признать, что такому изучению не способствовало то, что балансы Ярёменко были разработаны для отраслей материального производства только в базовых, сопоставимых ценах конечного потребления и не имели аналогов в текущих ценах. В этих условиях моделирование финансово-ценностных аспектов функционирования многоотраслевой экономики, в том числе среднеотраслевых индексов цен и макроэкономических дефляторов, с использованием ММВ было затруднено. Сохранялась возможность их расчета по данным уже составленных прогнозных балансов в сопоставимых ценах, подобно тому, как это делалось в [2–4]. Но при такой последовательности разработки балансов в сопоставимых и прогнозных ценах потребителей игнорировались важные стороны взаимодействия отраслей и конечного продукта. Было понято, что доходы экономических агентов формируются не только в результате производственной деятельности, но и перераспределительных процессов и взаимодействия со внешней для страны экономической средой, а их расходы сами воздействуют на функционирование экономики.

Анализ этих аспектов моделирования многоотраслевой экономической системы привел к пониманию необходимости разработки согласованных межотраслевых балансов для чистых и хозяйственных отраслей в текущих и сопоставимых ценах производителей и потребителей. Целесообразность развертывания исследований в этом направлении обсуждалась Ученым советом Института экономики и прогнозирования научно-технического прогресса (ИЭ и ПНТП) АН СССР. Предполагалось, что будут начаты работы по моделированию связей элементов добавленной стоимости в текущих и прогнозных ценах с формированием доходов и расходов экономических агентов, не сводящиеся к заполнению четвертого квадранта МОБ. Внимание к такой задаче стимулировало появление работы [24]. Эту проблематику планировалось обсуждать на научном семинаре Кафедры планирования народного хозяйства Экономического факультета МГУ в 1987–1988 учебном году. Но преждевременный уход из жизни в июне 1987 г. заведующего кафедрой, директора ИЭ и ПНТП Анчишкина А.И. и прекращение автором данной статьи работы на этом факультете не дали этому замыслу осуществиться.

Все же влияние динамики отраслевой структуры экономики на темпы экономического роста было предметом анализа, хотя и в упрощенной постановке. В [15]

было показано, что в межотраслевой модели в неявном виде содержится макроэкономическая производственная функция (МПФ). Ее логарифмические эластичности конечного продукта по факторам затрат труда и занятости основных фондов, а также коэффициент при переменной времени, называемый обычно параметром технического прогресса, представляются в виде определяемых моделью функций от ее переменных и параметров. Целесообразность выявления такой связи МПФ и межотраслевых моделей следовала уже из [44]. В более общем виде метод идентификации МПФ с помощью структурных моделей экономики был изложен в [14].

С проблематикой изучения влияния динамики цен на издержки отраслей сопрягасалась задача выделения из потоков продукции потоков отечественной и импортной продукции и модельного объяснения их динамики. Но такие потоки не выделялись в отчетном МОБ и в балансах Ярёменко. В этих условиях не были начаты исследования, имеющие целью моделирование доходов экономических агентов, главным образом государства, от внешней торговли, хотя они были необходимы в рамках работ по составлению согласованных балансов в текущих и прогнозных ценах.

В ходе разработки ММВ выявился ряд трудностей, связанных с выбором уравнений для потоков продукции отраслей. Для многих «малых» потоков не были получены уравнения, удовлетворительные с содержательной и статистической точек зрения. В отношении таких потоков применялись приемы агрегирования, но это приводило к усложнению модели [46]. Важнее то, что такие уравнения не были получены для части важных потоков, выделяемых по их долям в выпуске отрасли-производителя, в издержках отрасли-потребителя, в функциональном элементе конечного продукта или с помощью приема, предложенного в [9]. В число таких потоков входили многие внутриотраслевые затраты, т.е. диагональные элементы первого квадранта МОБ, а также изменения запасов продукции некоторых отраслей.

Это привело к тому, что полностью варианты ММВ в публикациях не были описаны. Варианты порождались выбором спорных уравнений модели и экзогенно задаваемых потоков. Другой путь поиска уравнений для потоков, не поддающихся моделированию с помощью обычных методов регрессионного анализа, предложенный в [11], был применен к небольшому числу важных потоков. Выяснилось, что агрегирование конкурирующих уравнений целесообразно выполнять используя изменяющиеся во времени, моделируемые веса. Альтернативный подход состоял в том, чтобы применять модели, в которых число эконометрических уравнений и тождеств превышает число эндогенных переменных [20]. К сожалению, и это направление исследований не было продолжено, что частично объясняется выбором тематики исследований ряда лабораторий ИЭ и ПНТП и общим изменением ориентации исследований по народнохозяйственному прогнозированию, произошедшем в связи с развертыванием в АН СССР работ над Комплексной программой научно-технического прогресса и его социально-экономических последствий. В дальнейшем внимание к развитию методологии и методов макроструктурного прогнозирования уменьшилось главным образом из-за изменений характера и содержания процессов, происходивших в экономике СССР в 1985–1990 гг.

Распад СССР, последующее изменение прогнозируемого объекта, первоначальное становление новой экономики России и ее статистической системы, а также естественный для 1995–2005 гг. приоритет, отдаваемый задачам краткосрочного прогнозирования по сравнению со среднесрочным прогнозом структурных изменений в экономике, привели к тому, что межотраслевое моделирование на время отошло

на второй план. Но постепенно складываются условия, в которых оно становится все более необходимым и возможным.

2. Условия, благоприятствующие разработке новых вариантов межотраслевых моделей

Важные благоприятные изменения произошли в системе российской статистики. В 2000 г. Госкомстат России издал систему таблиц «Затраты – Выпуск» за 1995 г., включающую 9 взаимосвязанных таблиц [26]. В этой системе содержится МОБ в основных текущих ценах по 22 отраслям, две детализирующие этот баланс таблицы отечественных и импортных потоков, а также таблицы транспортных наценок, торгово-посреднических наценок и чистых налогов на продукты, поэлементное добавление которых к таблице МОБ в основных ценах дает баланс в текущих ценах покупателей. Эту же структуру имеют таблицы «Затраты – Выпуск» за 1996–1997 гг. [34]. Затем Госкомстат и Федеральная служба государственной статистики России опубликовали системы таблиц «Затраты – Выпуск» за 1998–2003 гг. [27, 28]. Хотя структура этих таблиц несколько изменилась, в них содержатся балансы в текущих основных ценах и таблицы использования товаров и услуг в тех же ценах и в текущих ценах покупателей.

Возродился интерес к межотраслевому моделированию и прогнозированию. В Институте народнохозяйственного прогнозирования (ИНП) РАН выполнен ряд важных межотраслевых исследований. Особое место среди них занимает макроэкономическая межотраслевая модель RIM (Russian Interindustry Model), разрабатываемая в обновляемых версиях под руководством д.э.н. Узякова М.Н. [16, 25, 35–37], и, конечно, таблицы межотраслевых балансов в текущих и сопоставимых ценах 2000 г. для 1980–2004 гг. [38; www.macroforecast.ru]. Отметим также серию статей [29–33], проблематика которых непосредственно связана с межотраслевым моделированием. Не все содержащиеся в этих публикациях предложения представляются удачными в теоретическом и прикладном отношении. Но очевидно, что в них рассматриваются важные проблемы, в том числе и упоминаемые в первом разделе этой статьи.

В Государственном университете – Высшей школе экономики (ГУ ВШЭ) силами преподавателей, аспирантов и студентов факультета экономики выполнены поисковые исследования по отдельным проблемам межотраслевого моделирования. Была разработана схема расчета согласованных балансов в основных ценах и ценах покупателей [13, 19]. Студент Новиков А.В. реализовал ее, используя таблицы «Затраты – Выпуск» за 1995 г. Выявлена возможность обобщения этой схемы на случай составления согласованных таблиц МОБ и таблиц использования товаров и услуг, в которых продукты потребляются хозяйственными отраслями. Предполагается, что это позволит более корректно использовать в межотраслевом моделировании и прогнозировании статистические данные по хозяйственным отраслям. Ким И.А. предложил метод пересчета отчетных МОБ из текущих в сопоставимые основные цены и получил балансы за 1995–2003 гг. [17–19]. В магистерской диссертации Шугаль Н.Б. для данных отчетных МОБ и системы национальных счетов за 1995–2003 гг. разработал модель связи элементов конечного продукта с элементом добавленной стоимости и другими финансовыми потоками. В данной статье далее излагаются исходные предположения, методы и основные результаты оценивания параметров новой вер-

сии ММВ, называемой Межотраслевой моделью взаимодействия потоков продукции (ММВПП). В более простом варианте эта модель предлагалась в [12].

3. Общий замысел Межотраслевой модели взаимодействия потоков продукции

Центральной проблемой для межотраслевых моделей леонтьевского типа, как уже отмечалось, является автономное задание технологических коэффициентов или коэффициентов прямых затрат. В таких моделях конечный продукт естественно задавать в ценах потребителей. Но коэффициенты прямых затрат балансов в этих ценах характеризуют текущие издержки на производство продукции, зависящие не только от собственно производственных затрат, но и от того, как эта продукция используется. При изменении затрат, связанных с реализацией продукции, налогов на продукты, налогов и пошлин на экспортируемую и импортируемую продукцию, прямые затраты на единицу выпуска в текущих и сопоставимых ценах покупателей не корректно рассматривать как экзогенно задаваемые, независящие от моделируемых и прогнозируемых изменений в конечном продукте и продукции отраслей. Поэтому конечный продукт задается как в прогнозных, так и сопоставимых основных ценах; МОБ рассчитывается в основных ценах базового года, а затем преобразуется в прогнозные цены покупателей. Исходные гипотезы относительно элементов конечного продукта могут корректироваться, но получение баланса в основных базовых ценах – это необходимый элемент расчетов.

Предлагались различные подходы к внесемодельному прогнозированию коэффициентов прямых затрат в базовых основных ценах. Их обзор мог бы стать темой самостоятельного исследования. Как правило, такой прогноз основывался на использовании специальных, труднопроверяемых предложений и экзогенно подготовляемых данных, что приводит к невозможности применения предлагаемых методов другими исследователями. Реализованный в ММВ выход из этой ситуации состоял в эндогенном моделировании части потоков продукции с помощью уравнений, факторами которых были переменные этой модели. Но и в модели МОБ Леонтьева и в ММВ продукция чистой отрасли рассматривалась как однородная по назначению и затратам на нее.

Переход к новому типу отношений между субъектами российской экономики, предоставление им большей самостоятельности, отказ от монополии государства во внешней торговле, частичная замена методов прямого управления методами экономического регулирования увеличили значение фактора спроса в определении динамики потоков отечественной и импортной продукции. Но в новых условиях для фактора спроса требовалось предложить простой и конструктивный метод его измерения, учитывающий высокую степень агрегации доступных статистических данных. Российская экономика как объект изучения характеризуется исследователями с разнообразных позиций, о чем свидетельствуют ключевые термины, используемые для подчеркивания ее неоднородности: многопродуктовая, многоотраслевая, многоуровневая [42], многоукладная [7], многоярусная [5]. В связи с этим обратимся к тому, как понимал Ярёмченко многоуровневость экономики.

В модельной версии развиваемой Ярёмченко теории многоуровневой экономики ее неоднородность иллюстрировалась в терминах показателей агрегированного МОБ. Но в вербальном изложении этой теории [42, главы I–III] содержится более общее

понимание проблемы, не сводящееся к рассмотрению чистых отраслей в качестве структурных единиц экономической системы. Позиция Ю.В. Ярёменко так формулируется в его характеристике уровней экономики: «Наличие в экономике относительно целостных и в то же время последовательно зависимых хозяйственных уровней – обязательная предпосылка реализации компенсирующих и замещающих функций разнокачественных ресурсов... Хозяйственный уровень как некоторая совокупность подразделений, близких по качественным характеристикам технологий, ресурсов и выпускаемой продукции, – несомненная экономическая реальность, несмотря на то, что эта совокупность может быть образована из элементов, входящих своими частями в различные отраслевые и ведомственные конгломераты предприятий... Качественная структура экономики... не совпадает с ее отраслевой структурой... Экономическая подоплека этого явления состоит в том, что использование продукции любой отрасли многообразно и охватывает как те подразделения хозяйственной системы, которые образуют ее высшие звенья и отличаются повышенными требованиями к качественным характеристикам вовлекаемых ресурсов, так и те, которые образуют ее низшие звенья, функционирование которых предполагает использование ресурсов относительно низкого качества» [42, с. 40–41].

Из приведенного следует, что качественные уровни экономики в понимании Ярёменко образуют не отрасли, поскольку они неоднородны по отношению к процессам производства, распределения и использования ресурсов. Такая неоднородность имеет место в любой экономике. По нашему мнению, неоднородность экономической системы не всегда состоит в существовании иерархически упорядоченных уровней и проявляется в компенсирующих и замещающих функциях разнокачественных ресурсов, а может определяться через выделение таких множеств-классов ее первичных элементов, что каждый класс характеризуется общим для него регламентом, порядком взаимодействия образующих его элементов с элементами этого и других классов. Выделяемые классы действующих по сходным правилам элементов будем называть комбиклассами, используя словосочетание «общее поведение» (common behavior). Элементы из разных классов могут образовывать более сложные структуры, например, финансово-промышленные группы или сети. Изучение природы такой неоднородности экономики – задача будущих междисциплинарных исследований.

В межотраслевых моделях, базирующихся на динамических рядах таблиц «Затраты – Выпуск» с укрупненной номенклатурой групп продуктов, такая неоднородность экономики не замечалась и не отражалась. Другие информационные массивы, в которых фиксировались бы структурные аспекты неоднородной в охарактеризованном смысле системы, не известны. Поэтому сегодня только межотраслевые балансы могут быть информационной средой, обращаясь к которой можно пытаться анализировать и моделировать взаимодействия комбиклассов. Но поскольку такие классы в явном виде не выделяются, то остается возможность обнаружить следы взаимодействий элементов ненаблюдаемых комбиклассов, фиксируемые в таблицах «Затраты – Выпуск».

Для потоков таблиц межотраслевых балансов в основных ценах базового года будем использовать традиционные обозначения: X_{ij}^t – затраты продукции i -й отрасли в отрасли j ($i, j = 1, \dots, n$); $Y_{ih}^t \equiv X_{i, n+h}^t$ – поток продукции i -й отрасли в h -ом функциональном элементе конечного продукта ($h = 1, \dots, m$); t – номер года. Потоки Y_{ih}^t

будем считать экзогенными переменными модели, для которой затраты X_{ij}^t – эндогенные переменные.

Исходная гипотеза ММВПП состоит в том, что потоки X_{ij}^t , технологически необходимые для производства продукции j -й отрасли, недостаточный объем которых даже с учетом взаимозаменяемости различных потоков затрат лимитирует выпуск X_j^t , определяются в виде линейных функций от системы потоков X_{js}^t ($s = 1, \dots, n+m$), характеризующих структуру рынка j -й отрасли. При трансформации этой гипотезы в уравнения модели необходимо учитывать специфику некоторых ее экзогенных переменных.

В используемых при разработке модели межотраслевых балансах в сопоставимых основных ценах [38] имеется 25 отраслей. Их перечень приведен в табл. 1. Конечный продукт в МОБ представлен шестью элементами ($m = 6$): расходами на конечное потребление домашних хозяйств ($Y_{j1}^t = X_{j26}^t$, $h = 1$); расходами на конечное потребление государственных учреждений ($h = 2$); валовым накоплением основного капитала ($h = 3$); изменением запасов материальных оборотных средств ($h = 4$); экспортом ($h = 5$); импортом, взятым со знаком минус ($h = 6$, $X_{j31}^t \equiv Y_{j6}^t = -I_j^t$). Отраслевые элементы валового накопления основного капитала Y_{j3}^t и изменения запасов Y_{j4}^t могут принимать в отдельные годы отрицательные значения. Поэтому введем следующие неотрицательные экзогенные переменные: $Y_{ih}^{t+} = \max(0; Y_{ih}^t)$, $Y_{ih}^{t-} = \max(0; -Y_{ih}^t)$, $h = 3, 4$. Тогда уравнение распределения продукции j -й отрасли представляется в виде:

$$(1) \quad X_j^t + I_j^t + Y_{j3}^{t-} + Y_{j4}^{t-} = \sum_{k=1}^n X_{ik}^t + Y_{j1}^t + Y_{j2}^t + Y_{j3}^{t+} + Y_{j4}^{t+} + \mathcal{E}_j^t, \quad j = 1, \dots, n,$$

где I_j^t – импорт; \mathcal{E}_j^t – экспорт. Сумма в левой части этого уравнения – это ресурсы продукции отрасли j , его правая часть характеризует распределение и конечное использование этой продукции.

Для потоков затрат X_{ij}^t предлагается использовать уравнения:

$$(2) \quad X_{ij}^t = a_{ij}^0 + \sum_s a_{ij}^s X_{js}^t + b_{ij}^t, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

в которых $s = 1, \dots, n+m$ ($n+m=31$) и $a_{ij}^0, a_{ij}^s, b_{ij}^t$ – параметры, оценки которых должны быть найдены. Очевидно, что с помощью метода наименьших квадратов (МНК) значения этих параметров не могут быть надежно оценены, поскольку их общее число для одного уравнения может быть больше, чем число лет периода 1980–2004 гг., для которого имеются балансовые таблицы. К тому же предложение о постоянстве значений этих параметров для столь продолжительного и неоднородного периода входит в противоречие с имеющимися представлениями и сведениями об экноми-

ческой реальности. Следовательно, разработка количественно-определенной версии модели возможна, если будет предложен метод оценки ее параметров. Такой метод предлагается в следующем разделе статьи. Но сначала отметим некоторые особенности уравнений (2).

В уравнении для внутриотраслевого потока X_{ij}^t в сумме $\sum_s a_{ij}^s X_{js}^t$ имеется слабое $a_{ij}^j X_{ij}^t$. Поэтому методы регрессионного анализа неприменимы для оценки таких уравнений.

Для МОБ в основных ценах потоки X_{ij}^t для отрасли j , отражающие услуги транспорта ($i = 18$), связи ($i = 19$) и торгово-посреднические услуги ($i = 20$), – это услуги, оплачиваемые j -й отраслью в процессе получения ею потоков X_{ij}^t ($i \neq 18, 19, 20$). Поэтому было бы естественным постулировать для потоков X_{18j}^t, X_{19j}^t и X_{20j}^t уравнения, в которых аргументами были бы потоки затрат X_{ij}^t , $i \neq 18, 19, 20$, а не потоки продукции X_{js}^t отрасли j :

$$(3) \quad \begin{aligned} X_{ij}^t &= \alpha_{ij}^0 + \sum_{i \in Q} \alpha_{ij} X_{ij}^t + \beta_{ij} t, \\ l &= 18, 19, 20, \quad Q = \{1, \dots, 17, 21, \dots, 25\}. \end{aligned}$$

Но предпочтение отдается уравнениям (2), для которых набор аргументов при моделировании всех затрат X_{ij}^t отрасли j является общим. Ведь если для потоков X_{ij}^t ($i \neq 18, 19, 20$) уравнения (2) и для потоков X_{ij}^t уравнения (3) достаточно точно описывают их динамику, то, подставив формулы для потоков X_{ij}^t из (2) в уравнение (3), получим для потоков X_{ij}^t зависимости, совпадающие по структуре с уравнениями (2). Следовательно, для потоков X_{ij}^t можно пытаться оценивать уравнения (2), а не (3).

Идентичность набора факторов для потоков $X_{1j}^t, \dots, X_{nj}^t$ позволяет, как будет показано, упростить метод оценки уравнений (2), избежав трудностей учета возможной и даже реалистичной коррелированности ошибок в соответствующих уравнениях.

4. Метод оценивания параметров ММВП

Коэффициенты уравнений (2) предлагается оценивать с помощью следующей двухэтапной процедуры. Сначала сумма $\sum_s a_{ij}^s X_{js}^t$ заменяется на $a_{ij} Z_j^t$, где Z_j^t – специальным образом определяемые значения конструируемой переменной Z_j , a_{ij} – оцениваемый в дальнейшем коэффициент. Затем с помощью МНК находятся оценки коэффициентов регрессий

$$(4) \quad X_{ij}^t = a_{ij}^0 + a_{ij} Z_j^t + b_{ij} t + \varepsilon_{ij}^t, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

со случайными ошибками ε_{ij}^t по значениям переменных X_{ij}^t и Z_j^t для выбираемого периода $t \in [t_1; t_2]$.

Предполагается, что переменная Z_j достаточно точно отражает динамику системы потоков $X_{js} = \{X_{js}^t\}$, $s = 1, \dots, n + m$, и их влияние на затраты $X_{ij} = \{X_{ij}^t\}$, $i = 1, \dots, n$, в отрасли j . Эта переменная конструируется в виде линейной комбинации потоков X_{js} .

$$(5) \quad Z_j^t = \sum_s X_{js}^t \cdot u_s(j)$$

с подлежащими определению коэффициентами $u_s(j)$, образующими вектор $u(j)$. Очевидно, что векторы $u(j)$ и $Z_j = \{Z_j^t\}$ могут быть пронормированы различными способами.

Вместе уравнения (4) и (5) определяют потоки затрат X_{ij}^t в виде функций

$$(6) \quad X_{ij}^t = a_{ij}^0 + \sum_s [a_{ij} u_s(j)] X_{js}^t + b_{ij} t,$$

структура которых та же, что и у уравнений (2). Факторами-аргументами и объясняемыми переменными в (6) являются потоки продукции, что определило выбор названия модели. Последняя состоит из уравнений (1) и (6), для нее X_{ij}^t и X_{js}^t , ($i, j = 1, \dots, n$) – эндогенные переменные. Решение модели, содержащей в общем случае $(n^2 + n)$ неизвестных, где n – число отраслей, находится с помощью перехода к системе линейных уравнений n -го порядка относительно переменных Z_1, \dots, Z_n :

$$Z_i^t = \sum_j A_{ij} Z_j^t + B_i(t), \quad i = 1, \dots, n,$$

представляющих собой модель согласованных показателей структурированного спроса. Ее коэффициенты и правые части являются простыми функциями параметров и экзогенных переменных других уравнений ММВПП.

От ненулевых параметров $a_{ij} u_s(j)$ естественно требовать, чтобы они при фиксированных i, j имели один и тот же знак. Поскольку МНК-оценка \widehat{a}_{ij} коэффициента a_{ij} в (4) может быть как положительной, так и отрицательной, потребуем положительности тех элементов $u_s(j)$, для которых поток X_{js} не является нулевым во всех наблюдениях. Множество индексов s таких потоков обозначим $w(j)$, а число элементов этого множества – $m(j)$. Заметим, что значения параметров $\widehat{a}_{ij} u_s(j)$ не зависят от способа нормирования вектора $u(j)$ с элементами $u_s(j)$, $s \in w(j)$.

Охарактеризуем метод конструирования переменных Z_j . Следует иметь в виду, что эти факторы определяются независимо от того, в каких регрессиях они будут использоваться.

Пусть $M(j)$ – матрица размера $T \times m(j)$ с элементами $M_{is}(j) = \max(0; X_{js}^t)$ при $s \neq 31$, и $M_{i31}(j) = I_j^i$. Для неотрицательной и по предположению неразложимой матрицы $H(j) = M(j) M'(j)$, где матрица $M'(j)$ получается из $M(j)$ транспонированием, по теореме Перрона – Фробениуса существует собственное значение $\lambda_1(H(j))$, равное спектральному радиусу $\rho(H(j)) = \max_k \lambda_k(H(j))$ этой матрицы. Ему соответствует собственный вектор $U^1(H(j))$, элементы которого $U_s^1(H(j))$ имеют один и тот же знак и всегда могут считаться положительными. Другие собственные векторы матрицы $H(j)$ этим свойством не обладают.

Искомый вектор $u(j)$ можно определить формулой $u_s(j) = U_s^1(H(j))$, но при этом элементы этого вектора могут разделиться на группы с мало различающимися их значениями. Поскольку исходные данные, а именно элементы таблиц МОБ в сопоставимых основных ценах, получены в результате сложных и даже условных расчетов, то абсолютизировать такие различия элементов вектора $U^1(H(j))$ вряд ли оправданно и целесообразно. Поэтому для каждой отрасли j выделяются группы потоков X_{js} с близкими значениями $U_s^1(H(j))$. Такие группы будем задавать с помощью множеств $G_\alpha(j)$, $\alpha = 1, \dots, g(j)$, индексов потоков X_{js} , образующих α -ю группу. При разбиении потоков на группы учитываются не только величины $U_s^1(H(j))$, но и качественные соображения относительно отдельной роли потоков в формировании спроса на продукцию отрасли.

Потоки X_{js} агрегируются в суммы по группам, что позволяет получить $(T \times m(j))$ – матрицу $\tilde{M}(j)$ с элементами

$$\tilde{M}_{i\alpha}(j) = \sum_{s \in G_\alpha(j)} M_{is}(j),$$

а затем и матрицу $\tilde{H}(j) = \tilde{M}(j)' \tilde{M}(j)$. Для $\tilde{H}(j)$ находятся ее положительный собственный вектор $\tilde{U}^1(j)$, соответствующий собственному значению $\lambda_1(\tilde{H}(j)) = \rho(\tilde{H}(j))$, и искомый вектор $\tilde{y}(j)$ определяется очевидным образом: $\tilde{y}_s(j) = \tilde{U}_s^1(j)$, $s \in G_\alpha(j)$. Выбор множеств $G_\alpha(j)$ и, конечно, числа групп позволяет рассматривать варианты агрегирования потоков и, следовательно, регрессий (4) и уравнений (5).

Получаемую согласно (5) переменную Z_j будем называть обобщенным фактором спроса на производимую в стране продукцию отрасли j или коротко – фактором Перрона – Фробениуса $PF(j)$ для системы потоков $X(j) = \{X_{js}^t\}$ продукции этой отрасли.

Предложенный метод конструирования переменной $PF(j)$ опирается на детально изученные в теории матриц, теснейшим образом связанные между собой *спектральное представление вещественных матриц простой структуры*

$$(7) \quad A = \sum_k \lambda_k(A) \cdot U^k(A) \cdot U^k(A)',$$

в котором $\lambda_k(A)$ – собственное значение, $U^k(A)$ – ортонормированные собственные векторы матрицы (A) , и сингулярное разложение вещественных матриц B размера $(m \times n)$ и ранга $r = \min(m, n)$

$$(8) \quad B = V \Sigma W^1.$$

В (8) V и W – вещественные ортогональные матрицы соответственно m -го и n -го порядков, столбцами которых являются собственные векторы матриц BB' и $B'B$, Σ – $(m \times n)$ -матрица, ненулевыми элементами которой являются только элементы $\Sigma_{11} \geq \Sigma_{22} \geq \dots \geq \Sigma_{rr} > 0$ такие, что $\Sigma_{kk} = +\sqrt{\lambda_k(B'B)} \equiv \sigma_k$, и собственные векторы V^p ($p = 1, \dots, r$), W^q ($q = 1, \dots, r$) упорядочены в соответствии с собственными значениями $\lambda_k(BB') = \lambda_k(B'B)$.

Векторы V^k, W^k ($k = 1, \dots, r$) связаны соотношениями

$$(9) \quad BW^k = \sigma_k V^k, \quad B'V^k = \sigma_k W^k,$$

и матрица B представляется в виде суммы r матриц первого ранга

$$(10) \quad B = \sum_{k=1}^r \sigma_k V^k (W^k)'$$

Формула (10) показывает, что каждый столбец матрицы B как набор значений некоторой переменной представляется в виде суммы r слагаемых, пропорциональных ортогональным факторам V^1, \dots, V^r . В свою очередь, каждый фактор V^k – это взвешенная сумма исходных переменных, так как $V^k = (1/\sigma_k) BW^k$. Особую роль в (8)–(10) играют векторы V^1, W^1 , соответствующие старшему собственному значению λ_1 .

Симметричные матрицы $U^k(A)U^k(A)'$ и несимметричные матрицы $V^k(BB')W^k(B'B)'$ используются при решении задач приближения матриц A и B матрицами заданного ранга, в которых «расстояние» в пространстве матриц определяется с помощью евклидовой матричной нормы. Спектральное представление (7) связано также с нахождением обобщенной обратной матрицы A^+ для вырожденной матрицы A ранга r

$$A^+ = \sum_{k=1}^r \lambda_k(A)^{-1} U^k(A)U^k(A)',$$

общего решения системы нормальных уравнений для метода наименьших квадратов $X'Xa = X'Y$ с вырожденной матрицей $A = X'X$ и ее решения, имеющего наименьшую евклидову норму.

Основные сведения, относящиеся к спектральному представлению и к сингулярному разложению матриц, а также к решаемым с их помощью задачам, содержатся в [6, 8, 39, 48, 49, 51, 52]. В этой статье они применяются к матрицам $A = H(j)$, $A = \tilde{H}(j)$ и $B = M(j)$, $B = \tilde{M}(j)$. Таким образом, векторы $u(j)$ и $\tilde{u}(j)$ – это пронормированные векторы $W^1(M(j))$ и $W^1(\tilde{M}(j))$, а фактор $PF(j)$ определяется формулами

$$(11) \quad PF(j)_t = \sum_{s \in \omega(j)} X'_{js} u_s(j), \quad \tilde{P}\tilde{F}(j)_t = \sum_{s \in \omega(j)} X'_{js} \tilde{u}_s(j),$$

аналогичными формулам (9) для вектора V^1 , но с матрицей $X(j) = \begin{pmatrix} X'_{js} \end{pmatrix}$, а не $M(j)$ или $\tilde{M}(j)$.

В (11) часть экзогенных потоков X'_{js} , $s > n$, может принимать отрицательные значения на стадии оценивания регрессий (4) и в прогнозных расчетах. Если МНК-оценка коэффициента a_{ij} положительна, то отрицательные потоки, соответствующие отрицательному накоплению основного капитала ($s = 28$) или уменьшению запасов материальных оборотных средств ($s = 29$), уменьшают обобщенный спрос на продукцию отрасли j и, следовательно, затраты X_{ij} . При увеличении импорта продукции j -й отрасли также уменьшается спрос на производимую в стране продукцию этой отрасли. Случай отрицательных оценок \hat{a}_{ij} более сложен и будет охарактеризован при анализе результатов оценивания уравнений модели.

Допустимость приближения матриц $A = B'B$ и B с помощью матриц $\lambda_1 U^1 (U^1)'$ и $\sigma_1 V^1 (W^1)'$ оправдывается, если собственное значение $\lambda_1(A)$ существенно превосходит значения остальных собственных значений матрицы A . Это следует из (7), (10) и ортогональности матриц V , W , а также из легко получаемой формулы для сумм квадратов элементов матриц $A[1] = \begin{bmatrix} A - \lambda_1 U^1 (U^1)' \end{bmatrix}$ и $B[1] = \begin{bmatrix} B - \sigma_1 V^1 (W^1)' \end{bmatrix}$, равных следам $tr\{A[1]' A[1]\}$ и $tr\{B[1]' B[1]\}$ матриц $A[1]' A[1]$ и $B[1]' B[1]$. Отношения $\|A[1]\|/\|A\|$ и $\|B[1]\|/\|B\|$ евклидовых норм матриц $A[1]$, A и $B[1]$, B , характеризующих рассматриваемые приближения, равны $\left(1 - \lambda_1 / \sum_{k=1}^r \lambda_k\right)$. Следовательно, если показатель $\pi(j) = \lambda_1(H(j)) / \sum_k \lambda_k(H(j))$ или $\tilde{\pi}(j) = \lambda_1(\tilde{H}(j)) / \sum_k \lambda_k(\tilde{H}(j))$ близок к единице, то соответствующее приближение можно считать оправданным.

Известно, что суммы $\sum_{k=1}^p \lambda_k(A) U^k(A) U^k(A)'$ и $\sum_{k=1}^p \sigma_k V^k(W^k)'$ представляют собой оптимальные приближения матриц A и B матрицами ранга (p) , если близость матриц определяется с помощью евклидовой нормы. В эконометрике этот факт применяется для матрицы B , элементы которой – центрированные значения (n) переменных в (m) наблюдениях, и для матрицы A , пропорциональной выборочной ковариационной матрице для этих переменных [1, с. 536–539]. На этом факте основывается метод главных компонент. В данной статье применяется обобщение этого метода, позволяющее не центрировать наблюдения, образующие временные ряды значений переменных. Неотрицательность значений части таких переменных и неположительность значений остальных переменных гарантирует при выполнении условия неразложимости соответствующей матрицы постоянство знаков элементов собственных векторов V^1 и W^1 .

Это утверждение следует из того, что для матрицы $M = (M(1); -M(2))$ с неотрицательными матрицами $M(1)$ и $M(2)$ система уравнений для старшего значения λ и собственного вектора $(u, v)'$ матрицы $M'M$

$$\begin{aligned}\lambda u &= M(1)' M(1)u - M(1)' M(2)v \\ \lambda v &= -M(2)M(1)u + M(2)M(2)v\end{aligned}$$

эквивалентна системе

$$\begin{aligned}\lambda u &= M(1)' M(1)u + M(1)' M(2)\xi \\ \lambda \xi &= M(2)' M(1)u + M(2)' M(2)\xi,\end{aligned}$$

в которой $\xi = -v$ и матрица в правой части этих уравнений неотрицательна. Следовательно, для $\lambda_1 = \max_k \lambda_k(M) = \rho(M)$ имеем $u^1 > 0$, $v^1 = -\xi < 0$.

При конструировании факторов $PF(j)$ матрица $(-M(2))$ – это столбец с элементами $X'_{j31} = -I'_j$. Заметим также, что все потоки X'_{js} выражены в общих единицах измерения – основных ценах базового года, что обеспечивает совпадение размерностей элементов векторов $u(j)$ и $\tilde{u}(j)$. Эти векторы, с помощью которых потоки X_{js} , $s \in \omega(j)$, трансформируются согласно (11) в факторы обобщенного спроса, будем называть векторами коэффициентов затратной эквивалентности потоков продукции j -й отрасли.

Вернемся к регрессиям (4) с общим набором аргументов при фиксированном j . Такую систему, состоящую из эконометрических уравнений со случайными ошибками ε'_{ij} , в эконометрике называют SUR-моделью (seemingly unrelated re-

gressions) или системой кажущихся независимыми регрессий с общим множеством факторов. В предположении, что ошибки имеют нулевые математические ожидания, постоянные дисперсии $\sigma^2(\varepsilon_{ij})$ и, возможно, ненулевые корреляции, но только в случае ошибок ε_{ij}^t и ε_{kj}^t с общим номером наблюдения, коэффициенты регрессий (4) допустимо оценивать методом наименьших квадратов, независимо от ненулевых значений элементов ковариационной матрицы ошибок. В таком случае МНК-оценки параметров совпадают с оценками обобщенного МНК [50, р. 343–344]. Это свойство SUR-модели оправдывает использование для всех потоков затрат X_{ij} регрессий (4) и уравнений (6).

Среди затрат X_{ij}^t j -й отрасли могут быть и такие, для которых гипотеза, задаваемая в виде уравнений (4) и (5), может отвергаться как следствие недостаточной близости результатов моделирования, т.е. величин $\hat{X}_{ij}^t = \hat{a}_{ij}^0 + \hat{a}_{ij}Z_j^t + \hat{b}_{ij}t \equiv X_{ij}^t - \varepsilon_{ij}^t$ и исходных данных X_{ij}^t . Такие потоки X_{ij} выявляются в процессе оценивания регрессий (4), хотя имеются априорные представления о не являющихся технологически необходимыми затратах. Предположительно к их числу могут, хотя это и не обязательно, быть отнесены затраты прочих промышленных продуктов (X_{15j}), продуктов прочих видов деятельности (X_{21j}) и затраты на различные виды услуг (X_{22j}, \dots, X_{25j}). Для конкретной j -й отрасли со структурой и объемом рынка ее продукции может быть не связана или слабо связана динамика и других потоков текущих затрат. Так, например, для производства электро- и теплоэнергии ($j = 1$) такими затратами можно, по-видимому, считать продукты легкой и пищевой промышленности или даже услуги связи. Заметим также, что эти затраты малы и по величине, и по удельному весу в текущих издержках первой отрасли МОБ.

5. Основные результаты оценивания уравнений межотраслевой модели взаимодействия потоков продукции

Факторы обобщенного спроса $PF(j)$ были рассчитаны²⁾ по данным экспериментальных МОБ с 25 отраслями и 6 элементами конечного продукта в основных ценах 2000 г. для 1980–2004 гг. [38]. Использование данных для столь продолжительного и неоднородного периода объясняется стремлением отразить с помощью этих факторов неоднородность сфер потребления продукции отраслей. Предполагалось, что такая неоднородность, неэквивалентность спроса различных потребителей продукции отрасли j проявляется в затратах X_{ij} именно как долгосрочная тенденция, когда на второй план уходят локальные колебания спроса, изменение относительных цен и даже изменение политического устройства страны. Основные цены базового периода, в которых измеряются потоки продукции, трактуются как способствующие выявлению их затратной неэквивалентности. В случае незначительно различающих-

²⁾ Расчеты выполнены совместно с к.э.н. Толмачевой Н.А.

ся элементов вектора $u(j)$, когда $g(i) = 1$, фактор $PF(j)$ оказывается эквивалентен выпуску X_j продукции j -й отрасли.

Потоки X_{js} были объединены в группы с $s \in G_\alpha(j)$, $\alpha = 1, \dots, g(j)$. Состав групп, т.е. множества номеров s потоков X_{js} , образующих α -группы, приведен в табл. 1. Если поток X_{js} для рассматриваемых лет нулевой, то он не включается ни в одну из групп моделируемых потоков продукции j -й отрасли.

Таблица 1.

Группы потоков X_{js} продукции j -й отрасли, используемые при конструировании обобщенных факторов спроса Z_j

$(s \in G_\alpha(j), \alpha = 1, \dots, g(j))$

j	Название отрасли МОБ (групп продуктов и услуг)	$G(j) = \{G_1(j) \parallel G_2(j) \parallel \dots \parallel G_{g(j)}(j)\}$
1	Электро- и теплоэнергия	{1, 9, 10, 18, 26 22, 23 8, 25 2, 7, 12, 16 3, 20 11, 14, 17 13, 30 4, 5, 15, 19, 24 6, 21, 27, 31}
2	Продукты нефтедобычи	{3, 30 2, 31 18 1, 24 16, 29 7, 8, 12, 14 11 13, 15, 17, 23}
3	Продукты нефтепереработки	30 16, 18, 25, 31 1, 10, 17, 20 3, 14 2, 11, 12 7, 8, 9, 22, 23, 24 13, 26 4, 5, 6, 15, 19, 21, 27, 29}
4	Продукты газовой промышленности	{30 1 4, 22, 31 7, 9, 18, 25 10, 12 2, 8, 11, 13, 14, 17, 20, 23, 24 15, 16, 26, 29 5, 19, 21 6}
5	Уголь	{30 1, 7 5 10, 25, 31 16, 23 9, 11, 13, 14, 22 2, 8, 15, 17, 18, 20, 24, 26, 29 19 6, 21, 27}
6	Горючие сланцы и торф	{16 1 10, 17 6, 7, 11, 12, 23, 29 5, 9, 14, 18, 20, 22, 24, 25 13, 30 15, 19 2, 3, 8, 31}
7	Черные металлы	{7, 10, 30, 31 16 9, 12 2, 8, 18 22, 29 11, 14, 20, 24 1, 5, 13, 15 3, 4, 17, 23 6, 19, 21, 25, 26}
8	Цветные металлы	{8 10, 30, 31 7, 15 9, 16 1, 11, 12, 14 24 2, 4, 18, 20, 29 22, 23 17, 19, 21}
9	Продукты химической и нефте-химической промышленности	{31 10 9, 16, 17, 30 20, 23, 26 2, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 22, 24, 25 4 1, 5, 29 27 6, 7, 19, 21}
10	Машины и оборудование, продукты металлообработки	{28, 31 30 10, 25, 26 16, 18 17, 20, 29 2, 8, 11, 14, 24 1, 5, 7, 9, 12, 13, 22, 23 3, 15, 19, 27 4, 6, 21}
11	Продукты лесной, деревообрабатывающей и целлюлозно-бумажной промышленности	{11 16, 31 9, 14 20, 26, 30 10 12, 15, 18, 21, 25 7, 13, 23, 28 2, 5, 8, 17, 19, 22, 24, 29 1 6}
12	Строительные материалы	{16 12, 31 30 20 10, 14, 18, 22, 26 2, 7, 9, 11, 17, 23, 24 1, 8, 25, 29 5, 13, 15, 19 6, 21}
13	Продукты легкой промышленности	{31 13, 26 30 20, 25 10, 23 9, 11, 29 14, 15, 16, 18 2, 5, 7, 12, 17, 22, 24, 27 1, 8, 19, 21 4 6}
14	Продукты пищевой промышленности	{26 14, 31 17, 20, 23, 25, 30 9, 29 10, 13, 15, 18 2, 16, 22, 24 7, 8, 11 1, 5, 12, 21, 27 19}
15	Прочие промышленные продукты	{30 17 31 25, 26 10, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 23, 29 1, 2, 7, 9, 13, 24 3, 4, 8, 11, 12 5, 19, 27 6}

Окончание табл. 1.

j	Название отрасли МОБ (группы продуктов и услуг)	$G(j) = \{ G_1(j) \parallel G_2(j) \parallel \dots \parallel G_{g(j)}(j) \}$
16	Продукция строительства	{28 2, 18, 22, 26 1, 20 7, 8, 9, 10, 16, 19, 23, 25, 31 14, 17, 30 3, 4, 11, 12, 24 5, 15 13, 21}
17	Сельхозпродукты, услуги по обслуживанию сельского хозяйства и продукты лесного хозяйства	{26 14, 17 31 30 20, 25, 29 15, 23, 27 13 22, 24 16, 18 2, 7, 28 4, 24}
18	Услуги транспорта	{20 26 30 2, 3, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 17, 18, 25, 31 1, 8, 13 5, 15, 19, 21, 22, 23, 27, 28 4, 24, 29 6}
19	Услуги связи	{20, 26, 30 19 25, 31 10, 16, 18, 23 2, 13, 14, 17, 21, 27 11, 15, 24 3, 5, 7, 8, 9, 12, 22 1, 4}
20	Торгово-посреднические услуги	{30 26 3, 20 18, 31 1, 10, 14, 25, 28 2, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17, 22, 23, 24 4, 5, 15, 19, 21 27, 29 6}
21	Продукты прочих видов деятельности	{20 25, 31 10, 16, 18, 23, 26, 30 2, 14, 21 1, 7, 8, 9, 13, 22, 24 3, 11, 12, 15, 17, 19, 28, 29 4, 5 6}
22	Услуги жилищно-коммунального хозяйства и непроизводственных видов бытового обслуживания населения	{26 25 10, 23, 27, 31 16, 18, 20, 22 1, 7, 9, 13, 14, 24 8, 12 3, 5, 11, 15, 17, 19, 21 2, 4, 30 6}
23	Услуги здравоохранения, физической культуры и социального обеспечения, образования, культуры и искусства	{27 26 23, 28, 31 7, 10, 18, 20 16, 30 1, 9, 14, 25 8, 11, 12, 13, 24 5, 15, 17, 19, 22 2, 21 3, 4}
24	Услуги науки и научного обслуживания, геологии и разведки недр, геодезической и гидрометеорологических служб	{25 24, 28 2, 10 27 7, 8, 9, 30 16, 18, 19 1, 5, 12, 14, 31 11, 15, 17, 20 3, 4, 13, 21, 23 22}
25	Услуги финансового посредничества, страхования, управления и общественных организаций	{27 26 2, 7, 10, 18, 20, 31 8, 14, 16, 25 1, 9, 11, 13, 30 22, 24 3, 4, 5, 12, 15, 17, 19, 23 21}

В табл. 2 приводятся следующие характеристики векторов $u(j)$ и $\tilde{u}(j)$: $m(j)$ – число ненулевых потоков X_{j3} продукции отрасли j ; $q(j) = \max_{s \in w(j)} [u_s(j)/u_j(j)]$ – показатель, характеризующий дифференциацию элементов вектора $u(j)$ (так как среди величин $u_s(j)$ всегда есть близкие к нулю, значение $\min_{s \in w(j)} [u_s(j)/u_j(j)]$ не приводится); $N(j)$ – число элементов $u_s(j)$, удовлетворяющих условию $u_s(j) > u_j(j)$; $\pi(j) = \lambda_1(H(j)) / \sum_k \lambda_k(H(j))$; $g(j)$ – число групп потоков продукции отрасли j ; $\tilde{q}(j) = \max_{\alpha} [\tilde{u}_{\alpha}(j) / \tilde{u}_{\beta}(j)]$, $j \in G_{\beta}(j)$; $\tilde{N}(j)$ – число элементов $\tilde{u}_{\alpha}(\tilde{H}(j))$, удовлетворяющих условию $U_{\alpha}^1(\tilde{H}(j)) > \tilde{U}_{\beta}^1(\tilde{H}(j))$; $\tilde{\pi}(j) = \lambda_1(\tilde{H}(j)) / \sum_k \lambda_k(\tilde{H}(j))$. Заметим, что ранг $r(\tilde{H}(j))$ матрицы $\tilde{H}(j)$ для каждой отрасли равен числу $g(j)$ групп потоков.

Группы потоков упорядочены так, что при $\alpha < \gamma$ $u_k(j) > u_l(j)$ для $k \in G_\alpha(j)$ и $l \in G_\gamma(j)$. В группе номера потоков приводятся в возрастающем порядке. Хотя группы формировались по формальному признаку, их состав и порядок соответствуют качественным представлениям о роли отдельных потоков продукции в формировании суммарного спроса на нее и затрат при ее производстве. Большие значения коэффициентов $u_s(j)$ получили признаваемые важными потоки X_{js} , в том числе многие внутриотраслевые затраты X_{jj} , потоки экспортной и импортной продукции, потоки главных материальных ресурсов, являющиеся затратами для отраслей и отраслевыми составляющими функциональных элементов конечного продукта. В то же время потоки, играющие второстепенную роль в формировании спроса на продукцию j -й отрасли, например затраты на производство горючих сланцев и торфа ($s = 6$), прочих промышленных продуктов ($s = 15$) и продуктов прочих видов деятельности ($s = 21$), т.е. потоки X_{j6}, X_{j15} и X_{j21} , включаются в группы с большими номерами γ и, следовательно, с меньшими значениями коэффициентов $u_s(j)$.

Параметры регрессий (4) оценивались по данным для 1980–2004 гг., 1991–2004 гг. и 1995–2004 гг. Анализ результатов оценивания подтвердил очевидную неоднородность периода 1980–2004 гг. и в то же время возможность оценивания регрессий по данным 1995–2004 гг., т.е. периода, когда относительно стабилизировались происходившие в экономике России процессы и государственная статистика предоставила исследователям таблицы «Затраты – Выпуск», хотя и только в текущих ценах. Следует иметь в виду, что эти таблицы использовались при составлении балансов в ценах базового года [38]. Расчеты для этого периода проведены по неагрегированным данным, т.е. с использованием векторов $u(j)$, и по агрегированным потокам – с помощью векторов $\tilde{u}(j)$. Как и следовало ожидать, большие по абсолютной величине отклонения $\left| \hat{\varepsilon}_{ij}^t \right|$ были получены, как правило, для 1998 г. или 1997 и 1999 гг. Поэтому регрессии (4) оценивались по данным всех лет периода 1995–2004 гг. и по данным, в которых не учитывались отклонения $\hat{\varepsilon}_{ij}^t$ для одного или нескольких лет периода 1995–2004 гг. Таким особым годам, образующим множество $\{t(i; j)\}$, сопоставлялась дамми-переменная, включаемая в оцениваемое уравнение (4) в качестве переменной-фактора. В расчетах сохранялась нумерация лет, при которой 1995-му году соответствовало значение $t = 5$, а 2004-му году – значение $t = 14$. Если данные для 1991–1994 гг. при оценивании не использовались, то модельные значения \hat{X}_{ij}^t объясняемой переменной X_{ij}^t рассчитывались и сравнивались с имевшимися в исходных таблицах. При этом характеристики регрессий рассчитывались только по данным лет, включенных в период оценивания.

При выборе варианта регрессии для переменной X_{ij} анализировались контрольные характеристики: коэффициент множественной детерминации $R^2(i, j)$, максимальное относительное отклонение $m(i, j) = \max_t \left| \hat{\varepsilon}_{ij}^t / X_{ij}^t \right|$, среднее относительное

отклонение $\bar{m}(i, j) = (1/T(i, j)) \sum_t \left| \hat{\varepsilon}_{ij}^t / X_{ij}^t \right|$, где $T(i, j)$ – число наблюдений для периода оценивания минус число лет, для которых МНК-оценки отклонений $\hat{\varepsilon}_{ij}^t$ равны нулю в силу включения в регрессию дамми-переменных. При этом максимизации показателя $R^2(i, j)$ предпочтение не отдавалось, поскольку для динамического ряда $\{X_{ij}^t\}$ его среднее значение \bar{X}_{ij} , используемое в знаменателе $\sum (X_{ij}^t - \bar{X}_{ij})^2$ показателя $R^2(i, j)$, не является характерным показателем и регрессия $X_{ij}^t = a_{ij}^0 + u_{ij}^t$ не играет роли эталонной регрессии, с которой сравниваются регрессии с большим числом объясняющих переменных-факторов.

Методы анализа временных рядов при оценивании регрессий не использовались из-за малого числа наблюдений. Внимание уделялось визуальному анализу рядов переменных $X_{ij}^t, \hat{X}_{ij}^t, \hat{\varepsilon}_{ij}^t$ и $\hat{\varepsilon}_{ij}^t / X_{ij}^t$ с тем, чтобы добиться качественного совпадения динамик рядов \hat{X}_{ij}^t и X_{ij}^t . Для удобства графического представления исходных данных и результатов оценивания фактор $Z(j)$ в регрессии для X_{ij} нормировался условием $Z(j)_{1981} = X_{ij}^\tau$, где τ – наименьший номер года, для которого $X_{ij}^\tau > 0$.

Для некоторых затрат X_{ij} значения коэффициентов детерминации $R^2(i, j)$ были относительно малы. Анализ показал, что в таких случаях $\{X_{ij}^t\}$ вполне удовлетворительно моделируется с помощью функции $(a_{ij}^0 + b_{ij}t + c_{ij}D_{ij}(t))$, в которой $D_{ij}(t)$ – дамми-переменная со значениями $D_{ij}(t_{ij}) = 1$ и $D_{ij}(t) = 0$ при $t \neq t_{ij}$, t_{ij} – номер нетипичного наблюдения. Таким наблюдением, как правило, были 1995, 1997, 1998, 1999 или 2000 гг. Если МНК-оценки отклонений $\hat{\varepsilon}_{ij}^t$ для нескольких соседних лет, признаваемых потенциально нетипичными, имели один и тот же знак и были относительно велики по абсолютному значению, то вводилась переменная $\tilde{D}_{ij}(t)$ со значениями $\tilde{D}_{ij}(t) = 1$ или -1 при $t \in \{t(i, j)\}$ и $\tilde{D}_{ij}(t) = 0$ при $t \notin \{t(i, j)\}$. Введение фактора $\tilde{D}_{ij}(t)$, не эквивалентное устранению наблюдений с $t \in \{t(i, j)\}$, во многих случаях улучшало контрольные характеристики регрессий.

Привести в этой статье результаты оценивания регрессий для 561 ненулевого потока X_{ij} не представляется возможным из-за объема результирующих таблиц и графиков. Поэтому ограничимся их общей характеристикой и приведем результаты для одной из отраслей. Подробно модель и результаты расчетов по ней предполагается охарактеризовать в связи с очень большим объемом характеристик уравнений модели, табличных и представленных в виде графиков итогов проведенных вычислительных экспериментов в специальной публикации, включаемой в серию рабочих материалов (Working Papers), издаваемых ГУ ВШЭ.

Для большинства предполагавшихся технологически необходимыми затрат X_{ij} значения коэффициентов детерминации $R^2(i, j)$ регрессий с неагрегированными и агрегированными данными превосходили значение 0,8, т.е. были достаточно велики. Существенно меньшие значения R^2 получались в случаях, когда для одно-

го года или нескольких лет периода оценивания модули отклонений $\left| \hat{\varepsilon}_{ij}^t \right|$ составляли более 8% от потока X_{ij}^t . Такие регрессии оценивались с использованием дамми-переменной, что позволяло получать уравнения, в которых влияние «кризисных» лет было ослаблено. Предположение о нормальности ошибок ε_{ij}^t не анализировалось, поскольку число наблюдений для периода 1995–2004 гг. недостаточно для применения асимптотических тестов. Поэтому значимость оценок коэффициентов регрессий не было смысла характеризовать с помощью доверительных вероятностей. Гипотеза о возможном нулевом значении коэффициента не отвергалась, если значение модуля t -статистики его МНК-оценки было не больше единицы.

Принимаемые гипотезы равенства нулю коэффициентов a_{ij}^0 и b_{ij} интерпретируются очевидным образом. Но для части потоков не отвергалась гипотеза $a_{ij} = 0$, а это означало, что поток затрат X_{ij} может не испытывать влияние фактора обобщенного спроса. Такая ситуация, как правило, имела место, когда МНК-оценка \hat{a}_{ij} была отрицательна или мала. Было замечено, что при $\hat{a}_{ij} < 0$ ряды $\{X_{ij}^t\}$ и $\{Z_j^t\}$ имели разнонаправленные тренды и с увеличением фактора Перрона – Фробениуса затраты X_{ij} уменьшаются. В большинстве таких случаев поток X_{ij} – это затраты отрасли j на услуги жилищно-коммунального хозяйства и непроизводственных видов бытового обслуживания населения ($i = 22$), услуги здравоохранения, физической культуры и социального обеспечения, образования, культуры и искусства ($i = 23$), услуги науки ($i = 24$) и даже услуги финансового посредничества ($i = 25$). По-видимому, российские производители в рассматриваемом периоде уменьшали такие свои затраты, измеряемые в основных ценах 2000 г., поскольку эти затраты не были для них технологически необходимыми.

Были выделены те потоки затрат X_{ij} , для которых регрессии (4) с включением дамми-переменных не описывали их динамику с приемлемой степенью точности. Число таких потоков невелико (менее 60). Для них исследования продолжают в двух направлениях: рассматриваются варианты включения в регрессии других факторов из числа переменных, представленных в имеющихся данных, в том числе в межотраслевых балансах в текущих ценах, а также специальным образом конструируемых дамми-переменных; корректируется динамика затрат X_{ij} в результате совместного использования данных, содержащихся в работах [17–19, 26–28, 38].

Использование агрегированных потоков продукции отрасли при конструировании фактора обобщенного спроса, как правило, увеличивает, хотя и незначительно, показатель, характеризующий степень приближения матриц $H(j)$ и $M(j)$ матрицами первого ранга, так как почти для всех отраслей $\pi(j) < \tilde{\pi}(j)$. Дифференциация элементов вектора $\tilde{y}(j)$ при этом остается такой, что предположение об их равенстве представляется нереалистичным (см. табл. 2).

Таблица 2.

**Характеристики векторов коэффициентов затратной эквивалентности потоков
продукции отраслей $u(j)$ и $\tilde{y}(j)$ (для 1980–2004 гг.)**

j	Название отраслей МОБ (групп продуктов и услуг)	$m(j)$	$q(j)$	$N(j)$	$\pi(j) \cdot 100$	$g(j)$	$\tilde{q}(j)$	$\tilde{N}(j)$	$\tilde{\pi}(j) \cdot 100$
1	Электро- и теплоэнергия	29	1,03	1	96,8	9	1	0	99,0
2	Продукты нефтедобычи	18	8,02	2	98,6	8	8,43	1	99,9
3	Продукты нефтепереработки	30	7,79	10	91,9	8	6,84	4	95,9
4	Продукты газовой промышленности	28	10,3	4	99,2	9	2,31	2	99,2
5	Уголь	28	2,70	3	93,8	9	3,27	3	94,6
6	Горючие сланцы и торф	26	8,39	5	90,7	8	1,73	3	94,2
7	Черные металлы	29	1,24	2	94,2	9	1	0	99,9
8	Цветные металлы	23	1	0	90,6	9	1,19	1	98,9
9	Продукты химической и нефтехимической промышленности	29	1,79	2	88,1	9	2,03	1	97,0
10	Машины и оборудование, продукты металлообра- ботки	31	2,82	3	97,0	9	1,94	1	99,5
11	Продукты лесной, дере- вообрабатывающей и целлюлозно-бумажной промышленности	28	1	0	94,4	10	1,33	2	96,2
12	Строительные материалы	27	8,39	2	99,6	9	3,83	1	99,4
13	Продукты легкой промышленности	29	1,34	2	90,0	11	1	0	99,3
14	Продукты пищевой промышленности	27	2,65	1	98,9	9	1,49	1	99,6
15	Прочие промышленные продукты	30	5,02	7	94,9	9	1	0	96,3
16	Производство строительства	28	97,0	11	99,9	8	9,68	2	99,9
17	Сельхозпродукты, услуги по обслуживанию сель- ского хозяйства и про- дукты лесного хозяйства	21	2,13	2	98,3	11	1	0	97,5
18	Услуги транспорта	31	6,54	7	96,8	8	1	0	98,8
19	Услуги связи	28	2,05	3	90,0	8	6,01	2	98,5

Окончание табл. 2.

j	Название отраслей МОБ (группы продуктов и услуг)	$m(j)$	$q(j)$	$N(j)$	$\pi(j) \cdot 100$	$g(j)$	$\tilde{q}(j)$	$\tilde{N}(j)$	$\tilde{\pi}(j) \cdot 100$
20	Торгово-посреднические услуги	31	6,69	3	99,4	8	3,20	2	99,4
21	Продукты прочих видов деятельности	30	11,5	11	85,3	11	4,05	4	96,1
22	Услуги жилищно-коммунального хозяйства и непроизводственных видов бытового обслуживания населения	29	21,9	8	84,9	9	5,11	3	84,4
23	Услуги здравоохранения, физической культуры и социального обеспечения, образования, культуры и искусства	29	60,2	3	99,8	10	20,8	2	99,8
24	Услуги науки и научного обслуживания, геологии и разведки недр, геодезической и гидрометеорологических служб	28	1,87	2	97,7	10	1	0	98,3
25	Услуги финансового посредничества, страхования, управления и общественных организаций	28	142	11	99,9	8	29,3	3	99,9

В табл. 3 приведены характеристики регрессий для ненулевых потоков затрат X_{i2} отрасли «Продукты нефтедобычи» ($j = 2$), оцененных по данным восьми агрегированных групп потоков ($g(2) = 8$) для 1995–2004 гг. Курсивом выделены оценки коэффициентов и их t -статистик, для которых гипотеза равенства нулю не отвергалась. Значения модулей t -статистик для МНК-оценок коэффициентов a_{ij}^0 , a_{ij} и b_{ij} , обозначаемые соответственно $t(0)$, $t(a)$ и $t(b)$, позволяют считать, что эти гипотезы для большинства регрессий отвергаются. В табл. 3 не включена МНК-оценка коэффициента при дамми-переменной и его t -статистика, что позволило уменьшить ее число столбцов. Годы, образующие множества $\{t(i;2)\}$, сгруппированы в соответствии со значениями логической переменной $D_{ij}(t) = 1$ или -1 и приведены в соответствующем столбце.

Аналогичные по структуре результаты оценивания получены для всех чистых отраслей-групп продуктов и услуг межотраслевого баланса.

Работа над моделью продолжается. Для 1995–2004 гг. при известных данных второго квадранта экспериментальных МОБ рассчитаны значения затрат X_{ij} и выпусков X_{ji} , $i, j = 1, \dots, 25$, как решения систем уравнений (1) и (6). Динамика получае-

ных таким образом потоков затрат X_{ij} и модельных технологических коэффициентов $a_{ij}^t = X_{ij}^t / X_j^t$ оказывается весьма близкой к их динамике, рассчитанной по исходным данным [38], и поэтому точно отражающей труднопрогнозируемые с помощью обычных регрессионных уравнений сдвиги в объемах и структуре затрат в отраслях. Будет продолжен поиск метода выделения из затрат X_{ij} потоков отечественной и импортной продукции с тем, чтобы для них попытаться получить уравнения, аналогичные регрессиям (4).

Таблица 3.

Характеристики регрессий для затрат X_{i2}
отрасли «Продукты нефтедобычи» (для 1995–2004 гг.)

i	\hat{a}_{i2}^0	$t(0)$	\hat{a}_{i2}	$t(a)$	\hat{b}_{i2}	$t(b)$	$R^2 \cdot 10^3$	$m(i;2) \cdot 10^2$	$\bar{m}(i;2) \cdot 10^2$	$\{t(i;2)\}$
1	9491	10,5	0,659	5,6	-160	2,0	899	4,6	1,5	
2	6422	5,0	0,742	17,6	-636	5,6	989	2,2	1,1	
3	1865	6,2	0,222	8,9	128	4,8	989	2,5	1,1	
4	-33	1,2	2,717	9,4	9,4	3,8	989	6,0	1,4	
5	162	4,2	0,742	4,5	-4,2	1,2	874	5,8	2,8	
7	369	2,2	0,487	13,5	-30,1	2,0	987	3,7	1,3	
8	-187	7,3	0,367	13,6	-6,6	2,9	987	4,7	2,7	
9	-1736	2,8	0,850	9,4	70,1	1,3	984	5,6	2,2	
10	-8168	13,6	2,477	12,9	614	11,6	997	4,5	2,1	
11	-3,0	0,3	0,223	12,4	2,1	2,6	991	3,3	1,4	
12	-190	3,4	1,025	8,3	24,5	4,9	989	3,7	1,5	
13	-1201	18,8	2,507	13,3	29,5	5,7	995	5,3	2,7	1995 (-1); 1996 (+1)
14	2	0,3	0,197	16,4	3,1	5,3	997	1,8	1,0	1995, 1998 (-1); 1996, 1999 (+1)
15	-518	9,2	0,480	11,2	1,2	0,2	986	5,5	2,7	
16	-22783	13,5	1,436	20,5	-654	4,1	995	5,1	1,4	1997, 1998 (+1); 2000, 2001 (-1)
18	5556	4,3	0,497	6,1	-3,9	0,03	953	5,1	2,0	
19	-2539	16,4	2,384	15,9	44,0	3,3	996	4,5	2,3	1997, 2002 (-1); 1999 (+1)
20	-824	3,2	1,377	22,2	37,3	1,6	997	2,1	1,0	
21	622	4,8	1,650	10,9	-110	9,6	964	3,5	2,1	1996, 1999 (+1); 1997, 1998 (-1)
24	14628	14,6	0,441	11,0	-346	3,9	972	1,6	1,1	
25	-14233	16,1	1,303	2,7	-808	11,5	995	2,8	1,4	1998, 1999 (+1); 2002 (-1)

Заключение

Отличительной особенностью Межотраслевой модели взаимодействия потоков продукции является эндогенное моделирование затрат продуктов и услуг в отраслях, позволяющее отказаться от внемоделного задания так называемых технологических коэффициентов и, что важно, учитывать дифференцированное воздействие на такие затраты и отраслевые выпуски конечных общественных потребностей. Последние в модели характеризуются системой потоков продукции агрегированных отраслей межотраслевого баланса, образующих функциональные элементы конечного продукта. В этом проявляется ориентация ММВПП на анализ и прогнозирование происходящих в российской экономике процессов, изменяющих ее структуру, в том числе процессов, связанных с преодолением сырьевого характера экспорта, импортозамещением, развитием высокотехнологичных производств.

Реализованный подход к разработке межотраслевых моделей исходит из предложенного понимания неоднородности экономики и продукции ее отраслей. Такая неоднородность проявляется в многопозиционности номенклатур и дифференциации свойств продукции отраслей агрегированного межотраслевого баланса, в разнообразии потребностей экономических агентов, действующих на внутреннем и внешнем рынках, в существовании производителей, различающихся по объемам и структурам продукции и затрат на ее производство, по показателям производительности и эффективности.

Мировой опыт исследований, использующих межотраслевые модели, со всей определенностью свидетельствует о том, что необходимым условием получения на этом пути теоретических и прикладных результатов было включение таких моделей в интегрированные модели или системы аналитических расчетов. Для перспектив применения ММВПП это означает целесообразность ее соединения с моделями формирования финансовых ресурсов и доходов экономических агентов, т.е. государства, домашних хозяйств и производственного (корпоративного) сектора, финансовых потоков между экономикой страны и внешним миром, моделями перераспределения доходов, формирования расходов, сбережений и потребления, измеряемого в текущих ценах покупателей и сопоставимых основных ценах и, следовательно, системы ценовых индексов и макроэкономических дефляторов. Такое соединение представляет одно из направлений работ, выполняемых Лабораторией макроструктурного моделирования экономики России Центра фундаментальных исследований ГУ ВШЭ.

* *

*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998.
2. Белкин В.Д. Цены единого уровня и экономические измерения на их основе. М.: Экономика, 1963.
3. Белкин В.Д. Экономические измерения и планирование. М.: Мысль, 1972.
4. Белоусов Р.А., Ершов Э.Б. Межотраслевой баланс и проблемы ценообразования. Глава XII // Методы планирования межотраслевых пропорций. М.: Экономика, 1965.

5. Волконский В.А., Корягина Т.И. Современная многоярусная экономика и экономическая теория. М.: Институт экономических стратегий, 2006.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Глава XIII. М.: Наука, 1966.
7. Глазьев С.Ю. Экономическая теория технического развития. М.: Наука, 1990.
8. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999.
9. Ершов Э.Б. Математические методы в статической модели межотраслевого баланса. Глава III // Методы планирования межотраслевых пропорций. М.: Экономика, 1965.
10. Ершов Э.Б. Экономико-математические методы анализа статической модели межотраслевого баланса: Автореф. ... канд. экон. н. М.: НИЭИ Госплана СССР, 1967.
11. Ершов Э.Б. Об одном методе объединения частных прогнозов // Статистический анализ экономических временных рядов и прогнозирование. М.: Наука, 1973.
12. Ершов Э.Б. Оптимальное масштабирование в межотраслевом моделировании // Инструментальные средства обработки и реализации моделей прогнозирования. М.: Институт народнохозяйственного прогнозирования АН СССР, 1991.
13. Ершов Э.Б. Согласованные межотраслевые балансы в основных ценах и ценах покупателей: проблемы, данные, модель, перспективы исследований // Труды VI-й (юбилейной) международной школы-семинара «Многомерный статистический анализ и эконометрика», 21-28 июня 2004 г., пос. Цахкадзор (Армения). М.: ЦЭМИ РАН, 2004.
14. Ершов Э.Б. Неявные производственные функции, порождаемые моделями экономических систем: Сообщение на Научной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.П. Федоренко. М.: ЦЭМИ РАН, 26 апреля 2007. (Рукопись.)
15. Ершов Э.Б., Левченко Н.Г. Структурная пропорциональность народного хозяйства и ее макроэкономический анализ // Экономика и математические методы. 1981. Т. XVII. Вып. 4.
16. Ивантер В.В., Готвань О.Дж., Ксенофонтов М.Ю., Панфилов В.С., Узяков М.Н. Экономика роста (концепции развития России в среднесрочной перспективе) // Проблемы прогнозирования. 2000. № 1.
17. Ким И.А. Построение межотраслевых балансов РФ в базовых основных ценах: методика и результаты расчетов // Экономический журнал ВШЭ. 2006. Т. 10. № 1.
18. Ким И.А. Информационная база межотраслевого анализа и возможности ее дополнения // Вопросы статистики. 2006. № 4.
19. Межотраслевой анализ и краткосрочный прогноз экономики России: Новые задачи, информационные возможности и модели: Отчет по контракту № А1/01/С/1/13 ГУ ВШЭ и НФПК. М.: ГУ ВШЭ, 2004. (Рукопись.)
20. Методология народнохозяйственного прогнозирования. Экономико-математические методы и модели разработки прогнозов развития народного хозяйства: Отчет по темам «Методология разработки прогнозов развития народного хозяйства» (государственный регистрационный № 73056847), «Методология прогнозирования основных направлений научно-технического прогресса» (государственный регистрационный № 73056849) Государственного плана научно-исследовательских работ на 1975 г. (темы 203, 205). М.: ЦЭМИ АН СССР. (Рукопись.)
21. Методы народнохозяйственного прогнозирования. М.: Наука, 1985.
22. Методы планирования межотраслевых пропорций. М.: Экономика, 1965.
23. Моделирование межотраслевых взаимодействий. М.: Наука, 1984.
24. Модель «доход – товары» и баланс народного хозяйства. М.: Наука, 1978.
25. Серебряков Г.Р. Опыт построения динамической межотраслевой равновесной модели российской экономики // Проблемы прогнозирования. 2000. №1.
26. Система таблиц «Затраты – Выпуск» России за 1995 год. М.: Госкомстат России, 2000.
27. Система таблиц «Затраты – Выпуск» России за 1998–1999 гг., за 2000 г. М.: Госкомстат России, 2002; 2003.
28. Система таблиц «Затраты – Выпуск» России за 2001 г., за 2002 г., за 2003 г. М.: Росстат, 2004; 2005; 2006.

29. Суворов Н.В., Балашова Е.Е. Методы интеграции балансового и эконометрического подходов в исследовании динамики межотраслевых связей // Проблемы прогнозирования. 1997. № 4.
30. Суворов Н.В., Балашова Е.Е. Изменение структуры межотраслевых связей российской экономики в первой половине 90-х годов // Проблемы прогнозирования. 1998. № 1.
31. Суворов Н.В., Балашова Е.Е. Межотраслевой анализ взаимосвязи структурных изменений, эффективности внешнеэкономических связей и масштабов инвестиционной деятельности в отечественной экономике // Проблемы прогнозирования. 2002. № 5.
32. Суворов Н.В., Косарев Л.Е. Оценка показателей межотраслевого баланса в постоянных ценах (на основе модельного подхода) // Вопросы статистики. 2005. № 2.
33. Суворов Н.В., Суворов А.В., Борисов В.Н. Экономический рост, межотраслевые пропорции и приоритеты развития реального сектора в среднесрочной перспективе // Проблемы прогнозирования. 2002. № 4.
34. Таблицы «Затраты – Выпуск» России за 1996–1997 гг. М.: Госкомстат России, 2001.
35. Узяков М.Н. Трансформация российской экономики и возможности экономического роста. М.: ИСЭПН, 2000. (Раздел IV, главы 7–9, Приложения 1 и 2).
36. Узяков М.Н. Проблемы построения межотраслевой модели равновесия российской экономики // Проблемы прогнозирования. 2000. №2.
37. Узяков М.Н., Ефимов В.М., Серебряков Г.Г. и др. Макроэкономическая политика и ее последствия (возможности анализа и обоснования с помощью экономико-математического инструментария) // Проблемы прогнозирования. 2003. № 4.
38. Узяков М.Н., Маслов А.Ю., Губанов А.Ю. О разработке обновленной версии рядов межотраслевых балансов РФ в постоянных и текущих ценах за 1980–2004 гг.: Научные труды ИНП РАН. М.: МАКС-Пресс, 2006.
39. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М.: Мир, 1989.
40. Ярёмченко Ю.В. Структурные изменения в социалистической экономике. М.: Мысль, 1981.
41. Ярёмченко Ю.В. Методологические проблемы народнохозяйственного прогнозирования // Экономика и математические методы. 1984. Т. XX. Вып. 3.
42. Ярёмченко Ю.В. Теория и методология исследования многоуровневой экономики: Избранные труды в 3-х книгах. Кн. 1. М.: Наука, 1997.
43. Ярёмченко Ю.В. Приоритеты структурной политики и опыт реформ: Избранные труды в 3-х книгах. Кн. 3. М.: Наука, 1999.
44. Ярёмченко Ю.В., Еришов Э.Б., Смышляев А.С. Исследование взаимосвязи факторов роста экономики СССР в 1950–1970 гг. // Математические методы решения экономических задач. № 6. М.: Наука, 1974.
45. Ярёмченко Ю.В., Еришов Э.Б., Смышляев А.С. Модель межотраслевых взаимодействий // Экономика и математические методы. 1975. Т. XI. Вып. 3.
46. Ярёмченко Ю.В., Ксенофонтов М.Ю., Сутягин В.С. Натурально-стоимостная модель межотраслевых взаимодействий // Экономика и математические методы. 1982. Т. XVIII. Вып. 6.
47. Ярёмченко Ю.В., Нечаев А.А. Многосекторная эконометрическая модель с эндогенными межотраслевыми коэффициентами // Теория и практика статистического моделирования экономики. М.: Финансы и статистика, 1986.
48. Chipman J.S. Estimation and Aggregation in Econometrics. An Application of the Theory of Generalized Inverses // Generalized Inverses and Applications. Academic Press, 1976.
49. Golub G.H. Least Squares, Singular Values and Matrix Approximation // Aplikace Matematiky. 1968. № 1.
50. Green W.H. Econometric Analysis. 5th ed. Prentice Hall, 2003.
51. Magnus J.R., Neudecker H. Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics. John Wiley and Sons, 1999.
52. Penrose R. A Generalized Inverse for Matrices // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1955. № 51.