Социальный оптимум и политическое равновесие в экономике с двумя инструментами перераспределения[1]

Веселов Д.А.

В работе рассмотрена модель политического выбора в экономике с неоднородными агентами и двумя инструментами перераспределения: подушевым трансфертом и инвестиционной субсидией. Агенты, различающиеся по своим способностям к осуществлению рисковых инвестиционных проектов, выбирают не только степень перераспределения, но и вид политики перераспределения. Бенефициарами подушевых трансфертов являются все агенты, в то время как инвестиционная субсидия выплачивается лишь агентам, осуществляющим рисковые инвестиции. В работе определены условия, при которых распределение, максимизирующее общественное благосостояние, реализуемо в рамках политического равновесия.

Ключевые слова: перераспределение доходов; неравенство; экономический рост; общественное благосостояние.

1. Введение

Традиционный взгляд на политику перераспределения предполагает, что она способствует снижению неравенства доходов в обществе. В классической работе, описывающей взаимосвязь между неравенством и экономическим ростом, Альберто Алезина и Дэни Родрик [6] рассматривают имущественное неравенство как источник потребности общества в перераспределении доходов. Чем беднее медианный избиратель, тем более высокий уровень перераспределения будет в обществе. Высокий уровень перераспределения, в свою очередь, ведет к замедлению темпов экономического роста вследствие

[1] Исследование осуществлено в рамках программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2012 г.

Автор выражает благодарность Ф.Т. Алескерову, А.В. Дементьеву, С.Э. Пекарскому, К.С. Сорокину и А.С. Тонису, а также коллективу лаборатории макроэкономического анализа за ценные замечания на этапе подготовки работы.

Веселов Дмитрий Александрович – старший преподаватель кафедры макроэкономического анализа НИУ ВШЭ, младший научный сотрудник лаборатории макроэкономического анализа НИУ ВШЭ. Email: dveselov@hse.ru.

Статья поступила в Редакцию в июле 2012 г.

искажающего воздействия налогообложения на стимулы к инвестициям. Имущественное неравенство и неравенство доходов не являются единственным стимулом к перераспределению. На стремление агентов поддерживать перераспределение доходов также влияют отношение к источнику происхождения богатства (удача или собственные усилия) [3] и перспективы будущей социальной мобильности [8].

В то же время помимо простого перераспределения от богатых к бедным правительство обладает более широким набором инструментов, влияющих на стимулы к инвестициям и, как следствие, на темпы экономического роста. Модели теории эндогенного роста [2; 10; 20] указывают на тот факт, что инвестиции в новые технологии и в человеческий капитал могут быть недостаточными в рамках конкурентного равновесия из-за наличия положительных внешних эффектов от накопления человеческого капитала и знаний либо из-за ограничений ликвидности [13]. В этом случае инвестиционная субсидия (субсидия на образование) приводит к повышению общественного благосостояния. В то же время воздействие субсидий на неравенство не является однозначно определенным. Ряд исследований показывают, что субсидии на образование способствуют как снижению неравенства, так и ускорению темпов роста [22], в то время как другие работы [15; 20] выводят положительную взаимосвязь между уровнем неравенства по доходам и темпами экономического роста при вводе субсидий на образование.

Помимо традиционных инструментов перераспределения экономические институты, определяющие распределение доходов в обществе, могут быть использованы группами интересов для перераспределения общественных выгод в свою пользу. Так, Алезина [1] убедительно показывает (на примере экономики Италии), как искажения на рынке труда, товарном рынке, в системе образования приводят к перераспределению от наиболее талантливых и предприимчивых агентов к наименее талантливым и инициативным, формирующим политическую поддержку для подобного положения вещей. Настоящая работа изучает общие условия, при которых подобная ситуация возможна. В работе представлена модель политического выбора, в которой общество имеет одновременный доступ к двум инструментам перераспределения, подушевому трансферту и инвестиционной субсидии[2]. Оба инструмента финансируются за счет пропорциональных подоходных налогов. В отличие от традиционных работ в области политической экономии роста в модели рассматривается не имущественное неравенство, а неравенство способностей или возможностей. Агенты отличаются друг от друга своими способностями к осуществлению рисковых инвестиционных проектов (получение высшего образования, организация предпринимательской деятельности). Различия в способностях агентов могут быть связаны как с неравным доступом к базовому образованию, так и с особенностями ценностных характеристик общества, такими как степень инициативности, предпринимательский дух, вера в успех. В модели рассматривается простая форма политического равновесия, предложенная в статье [19], основанная на правиле простого большинства при при-

[2] В работах, изучающих влияние политики перераспределения на неравенство доходов в обществе и темпы экономического роста, традиционно рассматривается один инструмент перераспределения, либо субсидии на образование, либо подушевые трансферты. Исключением является статья Гилата Леви [17], в которой рассмотрено политическое равновесие с двумя инструментами перераспределения в экономике с пожилыми и молодыми агентами, различающимися по уровню доходов.

нятии политических решений. В работе выведены условия, при которых подобное равновесие существует.

Для сопоставления политического выбора общества и социального оптимума предложена динамическая версия модели, в которой инвестиции в рисковые проекты отдельных агентов оказывают положительный внешний эффект на уровень производительности труда в будущем. Показано, что выбор, осуществляемый обществом, не обязательно совпадает с социальным оптимумом. Распределение способностей агентов и степень их альтруизма значимо влияют на возможность реализации оптимальных ставок налогов, трансфертов и субсидий в политическом равновесии.

Во втором и третьем разделах статьи представлена базовая модель. В четвертом разделе оценивается влияние политики перераспределения на неравенство, в пятом проводится сопоставление политического равновесия и социального оптимума, в шестом обсуждается влияние степени альтруизма в обществе на политическое равновесие, седьмой раздел – заключение.

2. Базовая модель

Предположим, что экономика состоит из множества агентов, живущих один период. В экономике производится однородный товар, и каждый агент в течение жизни способен произвести одну единицу товара. Кроме того, каждый агент может понести безвозвратные затраты в размере $c < 1$ единиц товара для осуществления рискового инвестиционного проекта. Если эти инвестиции увенчаются успехом, то уровень производительности труда данного агента возрастет в γ раз в том же периоде, и он будет производить γ единиц товара. В случае неудачи выигрыш агента от проекта будет равен нулю. Вероятность успеха инвестиционного проекта различается между агентами. Предположим, что вероятность успеха для индивида типа i равна λ_i. Рынки капитала совершенны, и агенты нейтрально относятся к риску, тогда все проекты, имеющие положительную ожидаемую отдачу, будут финансироваться. Работник типа i будет осуществлять инвестиции только в том случае, если выполняется следующее условие участия:

$$\lambda_i \geq \frac{1+c}{\gamma}. \tag{1}$$

Пусть в экономике существуют три группы населения, различающиеся между собой вероятностями успеха инвестиционного проекта λ_1, λ_2, λ_3, где $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. Доли этих групп в общей численности населения равны p_1, p_2, p_3 соответственно. Для определенности предположим, что лишь одной группе населения выгодно осуществлять инвестиционный проект, т.е $\lambda_1\gamma - c \geq 1$ и $\lambda_2\gamma - c < 1$, $\lambda_3\gamma - c < 1$. В этом случае, если перераспределительная политика отсутствует, ожидаемый суммарный выпуск в экономике (Y) будет равен

$$Y = [\,p_1(\lambda_1\gamma - c) + p_2 + p_3]. \tag{2}$$

При этом выигрыш агента из каждой группы в случае отсутствия политики перераспределения может быть определен как $y_1 = \lambda_1\gamma - c$ и $y_2 = y_3 = 1$, где y_i – уровень доходов агента из группы i. Рассмотрим два вида инструментов перераспределения: подушевые трансферты и инвестиционные субсидии. Подушевые трансферты получают все агенты, инвестиционные субсидии в отличие от подушевых трансфертов выплачиваются лишь тем агентам, которые принимают решение осуществлять вложения в рисковый проект. Расходы правительства финансируются за счет ввода пропорциональных подоходных налогов. Бюджет государства сбалансирован, и дополнительных издержек от перераспределения средств не существует. В этом случае ожидаемый выигрыш агента i (V_i) зависит от его выбора, осуществлять рисковые инвестиции или нет, и может быть записан как

$$V_i = \max\{\lambda_i \gamma (1-t) - c + s + tr;\ 1 - t + tr\}, \tag{3}$$

где t – ставка подоходного налога, tr – размер трансферта и s – размер субсидии. При этом условие сбалансированного бюджета правительства выглядит как

$$s \sum_i \eta(i) p_i + tr = t \sum_i \left(p_i \eta(i) \lambda_i \gamma + (1 - \eta(i)) p_i\right), \tag{4}$$

где $\eta(i)$ – доля агентов группы i, осуществляющих рисковые инвестиции.

Для начала рассмотрим случай, когда инвестиционная субсидия равна нулю и существует единственный инструмент перераспределения – подушевые трансферты. Какая ставка налогов будет поддержана большинством в данном случае? Здесь и далее мы предполагаем, что доля каждой группы не превышает 50%[3]. Тогда агенты с наименьшим уровнем доходов из групп 2 и 3 предпочтут положительную ставку налогообложения, позволяющую перераспределить доходы от группы 1 к группам 2 и 3. При этом ставка налога не должна быть слишком высокой для того, чтобы выполнялось условие участия агентов группы 1 в реализации инвестиционного проекта (5):

$$\lambda_1 \cdot \gamma \cdot (1-t) - c \geq 1, \tag{5}$$

где t – ставка подоходного налога.

Если условие (5) выполняется как равенство, то каждому из агентов группы 1 будет безразлично, осуществлять инвестиции или нет, в то время как агенты группы 2 и 3 будут иметь максимальный выигрыш от перераспределения доходов. Обозначим за θ ставку налога, при которой условие (5) выполняется как равенство. В этом случае выигрыш агентов каждой группы равен

$$V_2(\theta) = V_3(\theta) = 1 + \frac{p_1(\lambda_1 \gamma - c - 1)}{p_3 + p_2}; \quad V_1(\theta) = 1. \tag{6}$$

Ввод подушевых трансфертов позволяет группам 2 и 3 перераспределить в свою пользу весь дополнительный выигрыш от инвестиций в рисковый проект, создаваемый группой 1, несмотря на то, что группа 1 состоит из наиболее способных агентов ($\lambda_1 > \lambda_2$).

Теперь рассмотрим случай, когда подушевые трансферты равны нулю, и подоходные налоги вводятся для финансирования инвестиционной субсидии.

---

[3] В противном случае одна из групп обладает простым большинством голосов, и ее предпочтения являются определяющими в политическом равновесии.

Утверждение 1. *Пусть n – доля агентов, осуществляющих инвестиции в рисковый проект, тогда в экономике с подоходными налогами и инвестиционными субсидиями:*

а) функция n(t) неубывающая по t;

б) можно определить пороговые значения подоходных налогов ($\hat{t}_i$ *), при превышении которых агенты группы i начинают осуществлять инвестиции* $\eta(i) > 0$*, и пороговые значения* $\bar{t}_i$*, начиная с которых все агенты группы i осуществляют инвестиции, т.е.* $\eta(i) = 1$*;*

в) выполнено неравенство $\bar{t}_1 < \hat{t}_2 < \bar{t}_2 < \hat{t}_3 < \bar{t}_3$*;*

г) $\bar{t}_3 < 1$*, если совокупный доход общества при n = 1 положительный.*

Доказательство. При доказательстве утверждения решается задача выбора агента инвестировать в проект или нет (3) при условии сбалансированного бюджета (4). Также используется тот факт, что при выполнении условия $0 < \eta(i) < 1$ выигрыш агентов группы *i* от обеих альтернатив одинаковый.

На рис. 1 указана динамика доли агентов, осуществляющих инвестиции в проект, и размер субсидии на одного агента при разных ставках подоходных налогов. По мере роста ставки подоходного налога доля агентов, осуществляющих инвестиции, растет. В то же время величина инвестиционной субсидии немонотонно зависит от ставки подоходного налога и снижается в случае увеличения числа получателей субсидии.

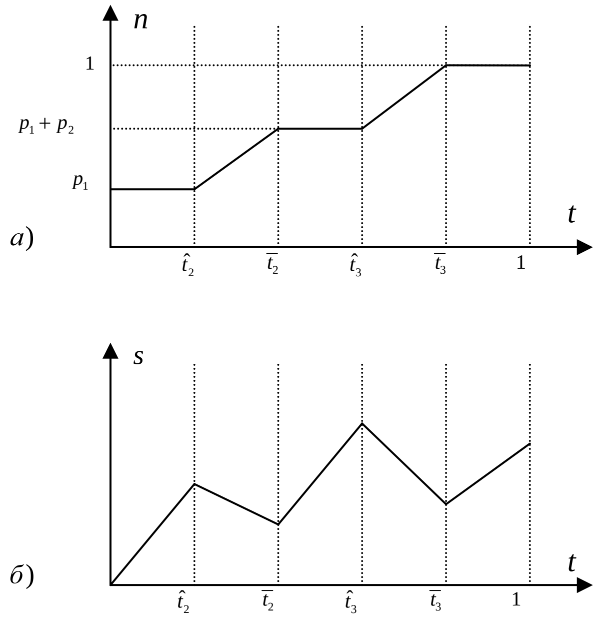


Рис. 1. а) доля агентов, осуществляющих инвестиции;
б) размер субсидии на одного агента

Подобная динамика размера инвестиционной субсидии приводит также к немонотонному виду функции выигрыша агентов в экономике с подоходными налогами и инвестиционными субсидиями.

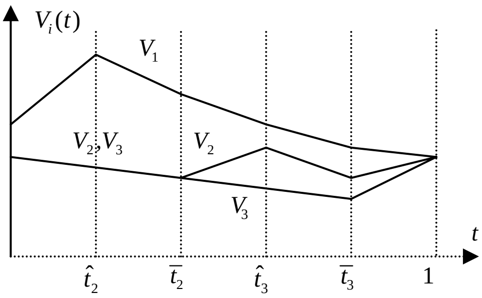
Утверждение 2. *В экономике с подоходными налогами и инвестиционными субсидиями:*

а) ожидаемый выигрыш агентов группы 1 растет при росте ставки налога на интервале $t \in \left[0, \hat{t}_2\right]$ *и снижается на интервале* $t \in \left[\hat{t}_2, \bar{t}_2\right] \cup \left[\hat{t}_3, 1\right]$. *Выигрыш агентов группы 1 будет расти на интервале* $t \in \left[\bar{t}_2, \hat{t}_3\right]$, *если выполняется условие* $p_3 > p_2(\lambda_1 - \lambda_2)\gamma$, *и снижаться в противном случае;*

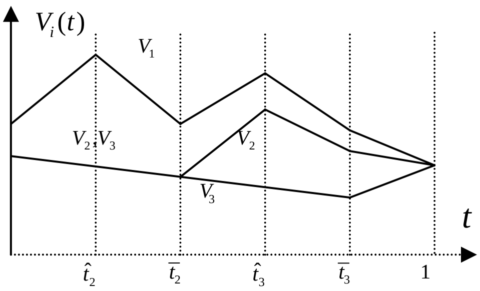
б) ожидаемый выигрыш агентов группы 2 растет на интервале $t \in \left[\bar{t}_2, \hat{t}_3\right]$ *и снижается на интервале* $t \in [0, \bar{t}_2] \cup [\hat{t}_3, \bar{t}_3]$, *выигрыш агентов группы 2 будет расти на интервале* $t \in [\bar{t}_3, 1]$, *если верно* $\bar{\lambda} > \lambda_2$, *где* $\bar{\lambda}$ *– средневзвешенная вероятность успеха инвестиционного проекта, и падать в противном случае;*

в) ожидаемый выигрыш агентов группы 3 падает на интервале $t \in [0, \bar{t}_3]$ *и растет на интервале* $t \in [\bar{t}_3, 1]$.

Доказательство. При расчете значения функции выигрышей для разных ставок налога используется условие сбалансированного бюджета (4) и целевая функция агентов (3). На рис. 2 представлены функции выигрыша для агентов групп 1, 2, 3 при разных значениях ставок подоходного налога.



а)



б)

Рис. 2. Функции выигрыша агентов групп 1, 2 и 3 для разных уровней ставок подоходного налога:
а) выполнено условие $p_3 < p_2(\lambda_1 - \lambda_2)\gamma$ и выполнено условие $\bar{\lambda} > \lambda_2$;
б) выполнено условие $p_3 > p_2(\lambda_1 - \lambda_2)\gamma$ и выполнено условие $\bar{\lambda} < \lambda_2$

3. Определение и вывод политического равновесия

Оценка функции выигрыша каждой из групп агентов позволяет найти потенциальные равновесия в модели, ставки налогов, трансфертов и субсидий, которые будут поддержаны большинством агентов. Так как функции выигрышей являются неоднопиковыми и политические предпочтения формируются для двух инструментов перераспределения, теорема о медианном избирателе неприменима при оценке политического равновесия, и предпочтения большинства не являются в общем случае транзитивными.

Само определение политического равновесия может иметь различные формы. В классической работе, исследующей условия существования равновесий, основанных на правиле простого большинства, в задачах многокритериального политического выбора [19] Маккельви и Уэнделл предложили несколько типов политического равновесия. Рассмотрим наиболее широкое определение, основанное на принципе невозможности блокирования коалицией большинства (*majority core rule*).

Пусть G – допустимый набор параметров политики (ставки подоходного налога, размер трансферта и инвестиционной субсидии). К допустимым наборам инструментов политики относятся те наборы, для которых выполняется условие сбалансированного бюджета (4). Пусть $|X|$ обозначает долю агентов, для которых верно свойство X. Тогда можно сформулировать следующее определение политического равновесия.

Определение 1. *Политическое равновесие – это набор параметров политики G^* такой, что для любого $G \neq G^*$ верно $|V(G) > V(G^*)| \leq 0{,}5$.*

Лемма 1. *В политическом равновесии инвестиционный проект осуществляют либо группы 1 и 2, либо только группа 1.*

Доказательство. Докажем лемму от противного. Случай, когда никто не осуществляет инвестиции, не может быть равновесием, поскольку существует распределение, при котором группы 2 и 3 получат больший выигрыш (из формулы (6)). В случае, когда все осуществляют инвестиции, агенты группы 1 и 2 получат больший выигрыш, если ставка субсидии снизится так, что группа 3 будет исключена из числа агентов-получателей субсидии. В этом случае ставка подоходного налога будет ниже, а размер субсидии для агентов 1 и 2 выше.

Утверждение 3. *Распределение, при котором и размер подушевого трансферта, и размер субсидии на образование будут положительными, не будет поддержано большинством агентов.*

Доказательство. Докажем утверждение от противного. Допустим, что в равновесии лишь группа 1 осуществляет инвестиционный проект, и при этом размер трансфертов и размер субсидий положительны. Тогда агенты группы 2 и 3 увеличат выигрыш при снижении размера субсидии до нуля, поскольку выигрыш от субсидий получают лишь агенты группы 1, которые в меньшинстве.

Допустим, что в равновесии рисковый проект осуществляют лишь агенты групп 1 и 2, и при этом размер трансфертов и размер субсидий положительны. Тогда можно увеличить их выигрыш, снизив размер трансфертов до нуля, поскольку положительный трансферт позволяет получать дополнительный выигрыш агентам группы 3, которые в меньшинстве. Утверждение доказано.

Из утверждения 3 следует, что в политическом равновесии будет использован лишь один инструмент перераспределения.

Лемма 2. Лишь два набора политических инструментов могут являться политическим равновесием: 1) режим с подушевыми трансфертами при $t = \theta$ и 2) режим с инвестиционными субсидиями при $t = \hat{t}_2$.

Доказательство. Покажем, что все другие допустимые наборы инструментов политики не являются политическими равновесиями.

Рассмотрим вначале допустимые наборы параметров политики, в которых функция выигрыша ни одного из агентов не достигает локального максимума. Из вида функций выигрыша (рис. 2) следует, что для данных наборов всегда найдется другой набор, лежащий в ε-окрестности данного набора, который предпочтут как минимум две группы агентов, составляющие большинство.

При режиме с подушевыми трансфертами локальный максимум функций выигрыша достигается лишь при $t = \theta$ (6).

Рассмотрим все возможные ставки налогов для режима с инвестиционной субсидией, при котором функции выигрыша агентов достигают локального максимума, $\{0, \hat{t}_2, \hat{t}_3, 1\}$. При $t = 0$ агенты групп 2 и 3 получат бо́льший выигрыш, если реализуется распределение $t = \theta$ с положительными трансфертами (из уравнения (6)). При $t = \hat{t}_2$ агенты групп 2 и 3 получат бо́льший выигрыш, если реализуется распределение $t = 0$. При $t = 1$ агенты групп 2 и 3 получат бо́льший выигрыш, если реализуется распределение $t = \theta$ с положительными трансфертами.

Лемма доказана.

Утверждение 4. *В экономике с двумя инструментами перераспределения:*

а) если выполнено условие $V_2(\theta) > V_2(\hat{t}_3)$, *то в политическом равновесии ставка подоходного налога равна θ, инвестиционная субсидия равна нулю, и подушевые трансферты положительны;*

б) если выполнены условия $V_2(\theta) < V_2(\hat{t}_3)$ *и* $V_1(\hat{t}_2) < V_1(\hat{t}_3)$, *то в политическом равновесии ставка подоходного налога равна* $t = \hat{t}_3$, *при этом подушевые трансферты равны нулю, а инвестиционная субсидия положительна;*

в) если выполнены условия $V_2(\theta) < V_2(\hat{t}_3)$ *и* $V_1(\hat{t}_2) > V_1(\hat{t}_3)$, *то политического равновесия не существует.*

Доказательство. Для доказательства вычислим глобальные максимумы функции выигрыша для агентов 1, 2 и 3 групп. Получим четыре возможных варианта, представленные в табл. 1.

В случаях 1 и 2, когда $V_2(\theta) > V_2(\hat{t}_3)$, режим с подушевыми трансфертами при $t = \theta$ является наилучшим среди всех возможных распределений для большинства агентов (группы 2 и 3). В случае 4 режим с инвестиционными субсидиями ($t = \hat{t}_2$) также является наилучшим среди всех возможных распределений для групп 1 и 2. В случае 3 ни один из двух режимов не будет политическим равновесием. Режим с подушевыми трансфертами блокируется группами 1 и 2, которые получат больший выигрыш при переходе к режиму с инвестиционными субсидиями ($t = \hat{t}_2$). Режим с инвестиционными субсидиями блокируется группами 1 и 3. Для агентов из обеих групп уменьшение ставки налога до $t = \hat{t}_3$ принесет больший выигрыш[4].

[4] Таким образом, в построенной модели более узкое определение политического равновесия, мажоритарное правило по Кондорсе дает тот же результат. Согласно мажоритарному правилу по Кондорсе (Majority Condorcet rule [19]) политическое равновесие – это набор параметров политики G^* такой, что для любого $G \neq G^*$ верно $|V(G^*) > V(G)| > 0{,}5$. В то же время это определение тре-

Таблица 1.

Наборы инструментов политики, при которых функции выигрыша каждой группы агентов достигают глобального максимума (S – режим с инвестиционной субсидией, Tr – режим с подушевым трансфертом)

	Группа 1	Группа 2	Группа 3
Случай 1	$t = \hat{t}_2$, S	$t = \theta$, Tr	$t = \theta$, Tr
Случай 2	$t = \hat{t}_3$, S	$t = \theta$, Tr	$t = \theta$, Tr
Случай 3	$t = \hat{t}_2$, S	$t = \hat{t}_3$, S	$t = \theta$, Tr
Случай 4	$t = \hat{t}_3$, S	$t = \hat{t}_3$, S	$t = \theta$, Tr

Утверждение доказано.

Утверждение 4 позволяет сформулировать условия, при которых в политическом равновесии будут реализованы инвестиционные субсидии.

Утверждение 5. *Политическое равновесие с положительной инвестиционной субсидией возможно, только если одновременно выполняются следующие условия:*

1) вероятность успеха для агентов второй группы(λ_2) относительно велика;

2) разрыв между λ_1 и λ_2 незначительный;

3) разрыв между λ_2 и λ_3 значительный;

3) высока доля агентов третьей группы (p_3).

Доказательство. Утверждение 5 выводится из анализа неравенств, представленных в утверждении 4.

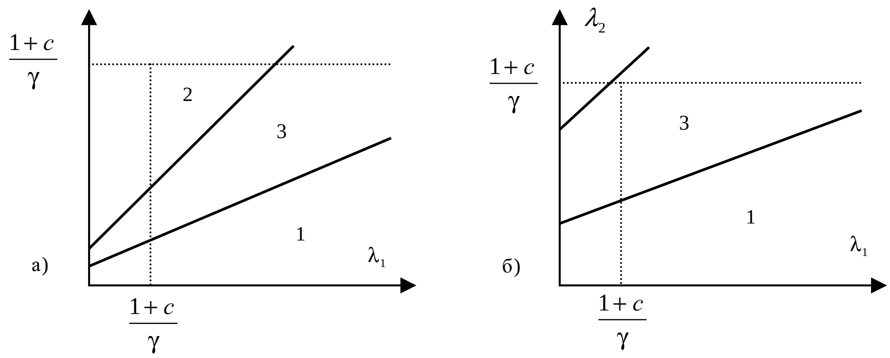
На рис. 3 предложена графическая иллюстрация выводов относительно политического равновесия. В построенной модели ключом к пониманию выбора политического равновесия является распределение вероятностей успеха инвестиционного проекта для каждой группы (λ_i). Чем ниже вероятность успеха для агентов второй группы, тем больше стимулов у участников второй группы объединиться с агентами группы 3 для ввода политики перераспределения доходов за счет подушевых трансфертов. Лишь при относительно высоких вероятностях успеха агентам второй группы выгодно поддерживать введение инвестиционной субсидии. В то же время это не гарантирует того, что инвестиционная субсидия будет реализована в политическом равновесии. Другим необходимым условием является относительно низкий разрыв в способностях (вероятностях успеха рисковых проектов) для агентов первой и второй групп. Если разрыв будет высоким, политического равновесия не будет существовать, поскольку агенты первой и второй групп будут предпочитать различные налоговые ставки.

Другие условия, необходимые для существования равновесия с положительными субсидиями – относительно высокая численность третьей группы населения с наименьшими способностями (но не выше 50%). В этом случае размер субсидий для первой и

бует, чтобы в политическом равновесии был достигнут глобальный максимум функции выигрыша для подмножества агентов, образующих большинство. В задачах с бóльшим количеством типов агентов выполнение подобного условия становится маловероятным.

второй групп будет более значительным, что увеличивает вероятность достижения равновесия с субсидиями.

Обозначим экономическую интуицию полученных результатов. Параметр λ_i может иметь несколько интерпретаций. Во-первых, λ_i может характеризовать ценностные характеристики общества, степень инициативности, предприимчивость. Если этими характеристиками обладает меньшинство агентов (первая группа в модели), в то же время все остальные (вторая и третья группы) существенно отличаются от них по степени инициативности, то согласно нашей модели общество будет склонно выбирать подушевые трансферты, а не инвестиционную субсидию и облагать налогом наиболее талантливых агентов. В другой ситуации, когда ценностные установки предприимчивости меньшинства поддержаны схожими установками основной части населения, инвестиционная субсидия может быть выбрана. Однако это происходит лишь в том случае, если предприимчивое большинство обладает схожими возможностями (λ_1 и λ_2 близки друг к другу).



1 – равновесие с подушевым трансфертом;
2 – равновесие с инвестиционной субсидией;
3 – политическое равновесие отсутствует

Рис. 3. Потенциальные политические равновесия:
а) для случая относительно высокой численности третьей группы (p_3),
б) для случая относительно низкой численности третьей группы (p_3)

Другой интерпретацией параметра λ_i может быть наличие или отсутствие доступа к качественному среднему образованию и, в более общем случае, эффективность социального лифта[5]. Тогда рисковый инвестиционный проект может быть сопоставлен с получением высшего образования, а инвестиционная субсидия – с подушевыми расходами правительства на высшее образование.

Наконец, за распределение λ_i могут отвечать субъективные факторы – оптимизм и вера в успех. Если значительная доля населения (группы 1 и 2) одинаково ожидает, что

[5] Эта интерпретация позволяет обосновать результаты модели исходя из гипотезы, предложенной и проверенной Р. Бенабу [8], согласно которой бедные агенты не будут предпочитать высокий уровень перераспределения в случае, если высока вероятность увеличения их доходов в будущем.

своими силами можно добиться успеха, инвестиционная субсидия будет поддержана большинством. Таким образом, построенная модель дает дополнительное теоретическое объяснение результату эмпирических исследований [4; 5; 18], показывающих, что мотив перераспределения выше в странах, где нет эффективного социального лифта или же не распространены ценностные установки успеха, риска, предпринимательского духа.

Кроме того, параметры вероятности успеха инноваций могут также трактоваться как степень несклонности к риску. Нежелание рисковать уменьшает вероятность вовлечения агентов в рисковые проекты и отрицательно влияет на вероятность успеха подобных проектов[6].

4. Взаимосвязь между неравенством и экономическим ростом

Для того чтобы определить воздействие политического выбора на экономический рост в рамках построенной модели, рассмотрим ее динамическую версию. Экономика состоит из неперекрывающихся поколений индивидов, продолжительность жизни которых составляет один период. Пусть индивид в период времени t способен произвести h_t единиц товара, либо безвозвратно затратить ch_t при инвестировании в рисковый проект. В случае успеха инвестиций его производительность труда в том же периоде будет равна γh_t. Предпосылки относительно распределения вероятностей успеха остаются прежними. Распределение вероятностей успеха рискового проекта не меняется от периода к периоду.

Динамика производительности труда в экономике задана следующим уравнением:

$$h_{t+1} = \gamma h_t n + (1-n)h_t. \tag{7}$$

Уравнение (7) показывает, что в периоде $t + 1$ навыки (технологии), созданные в периоде t, распространяются в экономике, и вероятность успешной имитации созданных в период t технологий совпадает с долей агентов, осуществлявших инвестиции в предыдущем периоде (n). Эта предпосылка означает, что инвестиции в рисковый проект отдельного агента дают не только возможность увеличить его производительность труда в текущем периоде, но и повышают вероятность роста производительности труда общества в целом в следующем периоде. Таким образом, в модели существует положительный внешний эффект от инвестиций в рисковые проекты. Несмотря на то, что инвестиции могли не увенчаться успехом, они увеличивают вероятность имитации новых технологий в следующем периоде. Тогда верно следующее утверждение.

Утверждение 6. *В рассматриваемой экономике темпы экономического роста (g) равны $(\gamma - 1)n$, где n – доля агентов, осуществляющих инвестиции в накопление человеческого капитала.*

Доказательство. При постоянном уровне n темпы роста выпуска совпадают с темпом роста производительности труда h. Утверждение 6 прямо выводится из уравнения (7).

[6] Алесина [1, с. 43] называет недостаток амбиций среди молодых людей, при котором предпочитается гарантированный стабильный доход, а не перспективная, но сопряженная с риском деятельность, «эпидемией, поразившей итальянское общество».

Чем выше доля агентов, осуществляющих инвестиции в рисковые проекты, тем выше темпы экономического роста. Тогда для равновесия с подушевыми трансфертами характерны более низкие темпы роста, чем для равновесия с инвестиционной субсидией. При этом в равновесии с подушевыми трансфертами группы 2 и 3 обладают одинаковыми доходами, превышающими уровень доходов наиболее талантливых агентов из группы 1. В равновесии с инвестиционными субсидиями доходы для каждой группы отличны друг от друга, при этом группа 3 с наименее талантливыми агентами обладает наименьшим уровнем доходов. В результате в зависимости от распределения способностей к реализации рисковых проектов (λ_i) общество выбирает перераспределительную политику, приводящую либо к относительно низкому уровню неравенства доходов за счет налогообложения наиболее талантливых агентов и низким темпам роста, либо к значительному неравенству доходов, но более высоким темпам роста.

5. Социальный оптимум и политическое равновесие

Рассмотрим, являются ли потенциальные политические равновесия, найденные в одном из предыдущих разделов, оптимальными для общества. Введем стандартную функцию благосостояния, в которой выигрыш общества состоит из дисконтированного потока суммарного потребления агентов. Так как каждый индивид потребляет произведенный продукт, и величина полезности совпадает с объемом потребления, то суммарная полезность индивидов в текущем периоде совпадает с объемом выпуска. Тогда функция общественного благосостояния[7] выглядит как

$$W = \sum_{1}^{\infty} \frac{Y}{(1+\rho)^t}, \tag{8}$$

где ρ – субъективная норма межвременных предпочтений, влияющая на вес полезности будущих поколений в общественной функции полезности. Тогда при неизменных параметрах модели доля агентов, осуществляющих инвестиции, будет постоянной, и благосостояние общества будет равно

$$W = \frac{Y_0}{\rho - g}, \tag{9}$$

где g – темпы экономического роста, Y_0 – уровень выпуска в начальный момент времени. В этом случае верно следующее утверждение.

Утверждение 7. *В базовой модели с дискретным распределением способностей, если выполняется условие (10), то существует такое ρ^*, для которого при $\rho < \rho^*$ оптимальным является режим с инвестиционными субсидиями, при $\rho > \rho^*$ оптимальным является режим с подушевыми трансфертами. Если условие (10) не выполнено, всегда оптимальным будет режим с подушевыми трансфертами.*

[7] В данной работе рассматривается простая утилитаристкая функция общественного благосостояния, в то же время целевая функция общества может включать и другие переменные, например уровень неравенства, или же уровень неравенства, порожденный не усилиями агентов, а удачей (например, [3]). Подобные случаи выходят за рамки настоящей работы.

$$p_1\lambda_1\gamma + (1 - p_1)\lambda_2\gamma > c. \tag{10}$$

Доказательство. Находится максимум функции общественного благосостояния (9) для переменного значения доли агентов, осуществляющих рисковые проекты (n). Полученный результат (n^{**}) сравнивается со значением функции общественного благосостояния в экономике без налогов, трансфертов и субсидий (n^{*}).

Из утверждения 7 следует, что социальный оптимум предполагает положительную величину инвестиционных субсидий для учета положительного внешнего эффекта от инвестиций в рисковые проекты для относительно высоких значений p_1,λ_2[8]. В этом случае при соответствующих значениях нормы дисконтирования в общественной функции полезности (ρ) равновесие с инвестиционными субсидиями будет совпадать с социальным оптимумом. Тогда условия, при которых в политическом равновесии существует положительная инвестиционная субсидия, описанные выше, являются условиями достижения социального оптимума.

6. Мотив заботы о будущих поколениях

Одной из причин того, что оптимальная для общества политика не реализуется в политическом равновесии, может быть отсутствие у агентов мотива заботы о будущих поколениях (альтруизма). В базовой модели перекрывающихся поколений [11] отсутствие альтруизма приводит к потенциальной динамической неэффективности конкурентного равновесия. Кан, Лим [16] показывают, что если и домашние хозяйства, и правительство не учитывают при принятии решения полезность будущих поколений, социальный оптимум не является достижимым. Рассмотрим, сможет ли мотив альтруизма предотвратить потенциальную неэффективность политического равновесия в построенной модели.

Пусть агенты учитывают при принятии политических решений не только свой собственный выигрыш, но и ожидаемый выигрыш своих потомков в следующем периоде. Распределение способностей агентов не меняется от периода к периоду, и тогда ставки подоходного налога, трансфертов и субсидий, которые устанавливаются в рамках политического равновесия, также остаются неизменными. В этом случае функция выигрыша агента может быть записана как

$$V_t(\lambda_i, tr, s) + \frac{V_{t+1}(\lambda_{ij}, tr, s)}{1+\delta}, \tag{11}$$

где $V_t(\lambda_i,tr,s)$ – выигрыш агента типа i в периоде t при заданных ставках трансфертов и субсидий; $V_{t+1}(\lambda_{ij},tr,s)$ – выигрыш детей агента i, обладающих способностями λ_j в перио-

[8] Положительная ставка подоходного налога и выплата инвестиционной субсидии приводят также к сокращению риска от инвестиционных вложений. В этом случае подоходный налог может восприниматься как механизм страхования. В работе [14] предложена модель эндогенного роста, в которой агенты отрицательно относятся к риску и в социальном оптимуме относительно высокие ставки подоходного налога приводят как к увеличению инвестиций, так и к ускорению роста. В данной работе в рассматриваемой модели агенты нейтрально относятся к риску, и необходимость ввода подоходных налогов в социальном оптимуме связана исключительно с положительными внешними эффектами от инвестиционных вложений.

де времени $t + 1$; δ показывает вес выигрыша детей в функции выигрыша родителя (степень альтруизма).

Для оценки модели необходимо сделать предположение о взаимосвязи способностей к рисковым проектам родителей и их детей. В зависимости от степени влияния родителей и общества способности детей могут полностью определяться способностями родителя ($\lambda_{ij} = \lambda_i$) либо могут никак не зависеть от способностей родителя. В этом случае значение λ_{ij} будет определяться распределением способностей в обществе в целом. Тогда λ_{ij} может быть задана как

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} \lambda_j \text{ с вероятностью } (1-\beta)p_j, \ \forall j \neq i \\ \lambda_i \text{ с вероятностью } \beta + (1-\beta)p_i, \text{ если } j = i. \end{cases}$$

Параметр β отражает степень влияния родителя на формирование способностей к осуществлению рисковых проектов детей. Подобный механизм похож на механизм, предложенный в моделях культурной трансмиссии [9]. Тогда функция выигрыша агента (11) может быть представлена как

$$(12) \quad V_t(\lambda_i, tr, s) + \frac{1+(\gamma-1)n(tr,s)}{1+\delta}\left[\left(\beta+(1-\beta)p_i\right)V_{t+1}\left(\lambda_i, tr, s\right) + \sum_{j\neq i}(1-\beta)p_j V_{t+1}\left(\lambda_j, tr, s\right)\right],$$

где $n(tr,s)$ – количество агентов, осуществляющих инвестиции в проект. В отличие от базовой модели, целевая функция агентов (12) учитывает положительный эффект инвестиционных субсидий на выигрыш будущих поколений. Полное решение модели с альтруизмом выходит за рамки настоящей статьи, однако покажем результат, важный для данной работы, согласно которому в экономике с альтруизмом может реализоваться еще более неблагоприятный для талантливых агентов исход.

Утверждение 8. *В экономике с альтруизмом при $\beta = 1$ существует политическое равновесие с подоходными налогами и подушевыми трансфертами в случае, если способности агентов второй группы относительно низкие. В равновесии ставка подоходного налога θ' выше, чем соответствующая ставка в экономике без альтруизма (θ).*

Доказательство. Вычисляются уравнения, аналогичные (5) и (6). Проводится сопоставление результатов с базовой моделью.

Следствием утверждения 8 является то, что появление мотива альтруизма может привести к еще большему перераспределению доходов в обществе. Если способности агентов группы 2 низкие и их выигрыш от инвестиционной субсидии при наличии альтруизма значимо не меняется, то вторая и третья группы сумеют ввести еще большую налоговую ставку. При этом агенты группы 1, учитывающие положительный эффект от своих инвестиций на будущие поколения и, как следствие, более высоко оценивающие свои инвестиции, будут продолжать их осуществлять. Чтобы избежать подобного исхода, необходимо, чтобы способности агентов группы 2 были относительно высокими. Таким образом, распределение вероятностей успеха λ_i продолжает оказывать влияние на политические предпочтения агентов.

7. Заключение

Предложенная в работе модель позволила выявить базовые условия, при которых политическое равновесие будет совпадать с социальным оптимумом в экономике с двумя инструментами перераспределения. К таким условиям относятся высокая степень заботы о будущих поколениях и высокая вероятность успеха рисковых инвестиций для большинства агентов. В предложенной модели эти условия взаимозаменяемы, и отсутствие одного из них (например, низкий уровень предприимчивости медианного агента) может быть скомпенсирован наличием другого условия (высокой степенью альтруизма в обществе). В то же время, если оба условия не выполнены, экономика окажется на неэффективной траектории, характеризующейся высоким уровнем перераспределения и низким уровнем темпов экономического роста.

Одним из интересных расширений предложенной в работе модели может быть учет имущественного неравенства в обществе. В российской экономике, помимо различий в доступе к возможностям увеличения доходов в будущем, имущественное неравенство играет также существенную роль. Ввод в модель имущественного неравенства усилил бы мотив перераспределения, однако воздействие этого фактора на предпочтения относительно формы перераспределения доходов не является очевидным и будет зависеть от распределения богатства и возможностей в обществе.

Другое замечание, которое не отражено в предложенной модели, – потенциальная неэффективность такого инструмента, как инвестиционные субсидии. Подушевые трансферты не требуют дополнительного мониторинга, в то время как инвестиционные субсидии могут быть получены недобросовестными агентами, заведомо не желающими осуществлять рисковые проекты. Если эффективный механизм распределения инвестиционных субсидий отсутствует, их воздействие на экономическое развитие будет отрицательным и их присутствие в экономике будет приводить лишь к «поиску ренты».

* *
*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алесина А., Джавацци Ф.* Либерализм – это левая идея. М.: Альпина Бизнес Букс, 2011.
2. *Веселов Д.А.* Провалы рынка и провалы государства в модели перехода от стагнации к развитию // Журнал Новой экономической ассоциации. 2011. № 12. с . 24–40.
3. *Alesina A., Angeletos G.M.* Fairness and Redistribution // American Economic Review. 2005. № 95(4). P. 960–980.
4. *Alesina A., La Ferrara E.* Preferences for Redistribution in the Land of Opportunities // Journal of Public Economics. 2005. № 89. P. 897–931.
5. *Alesina A., Glaeser E., Sacerdote B.* Why Doesn't the United States Have a European-style Welfare State? // Brookings Papers on Economic Activity. 2001. № 32(2). P. 187–277.
6. *Alesina A., Rodrik D.* Distributive Politics and Economic Growth // The Quarterly Journal of Economics. 1994. Vol. 102. № 2. P. 465–490.
7. *Azariadis C., Drazen A.* Threshold Externalities in Economic Development // Quarterly Journal of Economics. 1990. № 105(2). P. 501–526.

8. *Benabou R., Ok E.A.* Social Mobility and the Demand for Redistribution: The POUM Hypothesis // Quarterly Journal of Economics. 2001. № 116(2). P. 447–487.

9. *Bisin A., Verdier T.* The Economics of Cultural Transmission and The Dynamics of Preferences // Journal of Economic Theory. 2001. № 97(2). P. 298–319.

10. *D'Autume A., Michel P.* Hysteresis et piège du sous-developpement dans un modèle de croissance endogène // Revue économique. 1993. Vol. 44. № 2. P. 431–450.

11. *De la Croix P. Michel P.* A Theory of Economic Growth. Dynamics and Policy in Overlapping Generations . Cambridge University Press, 2002

12. Fernandez R., Rogerson R. On the Political-Economy of Education Subsidies // Review of Economic Studies. 1995. № 62(2). P. 249–262.

13. *Galor O., Zeira J.* Income Distribution and Macroeconomics // Review of Economic Studies. 1993. № 60. P. 35–52.

14. *Garcia-Penalosa C., Wen J.F.* Redistribution and Entrepreneurship with Schumpeterian Growth // Journal of Economic Growth. 2008. № 13(1). P. 57–80.

15. *Glomm G., Ravikumar B.* Public Versus Private Investment in Human-Capital – Endogenous Growth and Income Inequality // Journal of Political Economy. 1992. № 100(4). P. 818–834.

16. *Kahn J. A., Lim. J.S.* Finite Horizons, Political Economy, and Growth // Review of Economic Dynamics. 2001. № 4(1). P. 1–25.

17. *Levy G.* The Politics of Public Provision of Education // Quarterly Journal of Economics. 2005. № 120(4). P. 1507–1534.

18. *Luttmer E.F.P., Singhal M.* Culture, Context, and The Taste For Redistribution // American Economic Journal: Economic Policy. 2011. № 3(1). P. 157–179.

19. *McKelvey R.D., Wendell R.E.* Voting Equilibria in Multidimensional Choice Spaces // Mathematics of Operational Research. 1976. Vol. 1. № 2. P. 144–157.

20. *Piketty T.* Social-Mobility and Redistributive Politics // Quarterly Journal of Economics. 1995. № 110(3). P. 551–584.

21. *Romer P.* Increasing Returns and Long-Run Growth // Journal of Political Economy. 1986. № 94(5). P. 1002–1037.

22. *Saint-Paul G., Verdier T.* Education, Democracy and Growth // Journal of Development Economics. 1993. № 42. P. 399–407.

Приложение

Утверждение 1. *Пусть n – доля агентов, осуществляющих инвестиции в рисковый проект, тогда* в экономике с подоходными налогами и инвестиционными субсидиями:

а) функция n(t) неубывающая по t, где t – ставка подоходного налога;

б) можно определить пороговые значения подоходных налогов $\hat{t}_i$, *при превышении которых агенты группы i начинают осуществлять инвестиции η(i) > 0, и пороговые значения* $\bar{t}_i$, *начиная с которых все агенты группы i осуществляют инвестиции, т.е. η(i) = 1;*

в) выполнено неравенство $\bar{t}_1 < \hat{t}_2 < \bar{t}_2 < \hat{t}_3 < \bar{t}_3$*;*

г) $\bar{t}_3 < 1$, *если совокупный доход общества при n = 1 положительный.*

Доказательство. Исходя из предпосылок модели, при $t = 0$ агентам группы 1 выгодно осуществлять инвестиции в рисковый проект, а агентам групп 2 и 3 не выгодно. Таким образом, $\bar{t}_1 = 0$.

Участники групп 2 и 3 будут осуществлять инвестиции в рисковый проект лишь в случае, если размер субсидии компенсирует разницу между выигрышем от двух альтернатив (не инвестировать и инвестировать).

$$s \geq (1-\lambda_i\gamma)(1-t)+c. \tag{1}$$

В соответствии с изначальным предположением о том, что $\lambda_2 > \lambda_3$, размер субсидии *s*, при котором участники группы 3 будут осуществлять инвестиции, будет выше, чем размер субсидии, при котором участники группы 2 будут осуществлять инвестиции. Тогда участники группы 2 начнут осуществлять инвестиции, только когда размер субсидии достигнет порогового значения

$$s(\hat{t}_2) = (1-\lambda_2\gamma)(1-\hat{t}_2)+c. \tag{2}$$

Из условия сбалансированного бюджета следует, что

$$s(t) = \frac{t(p_1\lambda_1\gamma + p_2 + p_3)}{p_1}, \quad t \in [0, \hat{t}_2]. \tag{3}$$

Тогда пороговое значение $\hat{t}_2$ может быть вычислено из уравнений (2) и (3) как

$$\hat{t}_2 = \frac{1-\lambda_2\gamma+c}{1-\lambda_2\gamma+\lambda_1\gamma+\frac{p_2+p_3}{p_1}}. \tag{4}$$

Так как выполняются условия $\lambda_1\gamma - c \geq 1$ и $\lambda_2\gamma - c < 1$, то $0 < \hat{t}_2 < 1$.

По мере роста ставки налога от $\hat{t}_2$ до $\bar{t}_2$ сумма собираемых налогов растет, и все большая доля агентов из группы 2 получает субсидию. Из условия равенства выигрышей агентов группы 2, инвестирующих и не инвестирующих в рисковый проект, получим

(5) $$s(t)=(1-\lambda_2\gamma)(1-t)+c, \quad t\in\left[\hat{t}_2,\overline{t}_2\right].$$

Тогда из уравнения (5) размер субсидии на одного агента будет сокращаться по мере роста ставки налога в интервале от $\hat{t}_2$ до $\overline{t}_2$. Ставку налога $\overline{t}_2$, при которой все агенты группы 2 будут осуществлять инвестиционный проект, можно найти из условия сбалансированного бюджета и условия (5).

(6) $$s(t)=\frac{t\left(p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3\right)}{p_1+p_2}, \; t\in\left[\overline{t}_2,\hat{t}_3\right].$$

Тогда

(7) $$\overline{t}_2=\frac{1-\lambda_2\gamma+c}{1-\lambda_2\gamma+\dfrac{p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3}{p_1+p_2}}.$$

Несложно показать, что $\hat{t}_2<\overline{t}_2$. Выполнено также $\hat{t}_2<1$, если совокупный доход общества в случае, когда группы 1 и 2 осуществляют инвестиции, положительный. Аналогичным образом вычисляем пороговые значения для третьей группы населения, $\hat{t}_3$ и $\overline{t}_3$.

(8) $$s(t)=(1-\lambda_3\gamma)(1-t)+c, \quad t\in\left[\hat{t}_3,\overline{t}_3\right].$$

Тогда из уравнения (8) и условий баланса бюджета (9) следует (10)

(9) $$s\left(\hat{t}_3\right)=\frac{\hat{t}_3\left(p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3\right)}{p_1+p_2},$$

(10) $$\hat{t}_3=\frac{1-\lambda_3\gamma+c}{1-\lambda_3\gamma+\dfrac{p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3}{p_1+p_2}}.$$

Получим, что если совокупный доход общества в случае, когда группы 1 и 2 осуществляют инвестиции, положительный, то $\overline{t}_2<\hat{t}_3<1$.

При ставке налога $\overline{t}_3$ условие сбалансированного бюджета выглядит как

(11) $$s(t)=t\left(p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3\lambda_3\gamma\right), \; t\in\left[\overline{t}_3,1\right].$$

Тогда из условий (8) и (11) получим

(12) $$\overline{t}_3=\frac{1-\lambda_3\gamma+c}{1-\lambda_3\gamma+p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3\lambda_3\gamma}.$$

Легко показать, что условие $\hat{t}_3<\overline{t}_3$ выполняется всегда, а условие $\overline{t}_3<1$ выполняется, если совокупный доход общества в случае, когда все агенты осуществляют инвестиции, положительный.

Утверждение доказано.

Рассмотрим теперь ожидаемый выигрыш агентов групп 1, 2 и 3 при разных уровнях налоговых ставок (t). Введем обозначение для среднего уровня вероятности успеха инвестиционного проекта

(13) $$\bar{\lambda} \equiv p_1\lambda_1 + p_2\lambda_2 + p_3\lambda_3.$$

Утверждение 2.

1. *Ожидаемый выигрыш агентов группы 1 растет при росте ставки налога на интервале* $t \in [0, \hat{t}_2]$ *и снижается на интервале* $t \in [\hat{t}_2, \bar{t}_2] \cup [\hat{t}_3, 1]$. *Выигрыш агентов группы 1 будет расти на интервале* $t \in [\bar{t}_2, \hat{t}_3]$, *если выполняется условие* $p_3 > p_2(\lambda_1 - \lambda_2)\gamma$, *и снижаться в противном случае.*

2. *Ожидаемый выигрыш агентов группы 2 растет на интервале* $t \in [\bar{t}_2, \hat{t}_3]$ *и снижается на интервале* $t \in [0, \bar{t}_2] \cup [\hat{t}_3, \bar{t}_3]$, *выигрыш агентов группы 2 будет расти на интервале* $t \in [\bar{t}_3, 1]$, *если верно* $\bar{\lambda} > \lambda_2$, *и падать в противном случае.*

3. *Ожидаемый выигрыш агентов группы 3 падает на интервале* $t \in [0, \bar{t}_3]$ *и растет на интервале* $t \in [\bar{t}_3, 1]$.

Доказательство. В экономике с инвестиционными субсидиями агенты группы 1 инвестируют в рисковый проект при любых ставках налога. Тогда их ожидаемый выигрыш может быть записан как

(14) $$V_1 = \lambda_1\gamma(1-t) - c + s.$$

Размер субсидии для каждого уровня налоговой ставки задается условиями сбалансированного бюджета (3), (5), (6), (9), (11).

Тогда функция выигрыша агентов группы 1 может быть представлена как

(15) $$V_1 = \begin{cases} \lambda_1\gamma(1-t) - c + \dfrac{t(p_1\lambda_1\gamma + p_2 + p_3)}{p_1}, & t \in [0, \hat{t}_2], \\ (\lambda_1\gamma - \lambda_2\gamma + 1)(1-t), & t \in [\hat{t}_2, \bar{t}_2], \\ \lambda_1\gamma(1-t) - c + \dfrac{t(p_1\lambda_1\gamma + p_2\lambda_2\gamma + p_3)}{p_1 + p_2}, & t \in [\bar{t}_2, \hat{t}_3], \\ (\lambda_1\gamma + 1 - \lambda_3\gamma)(1-t), & t \in [\hat{t}_3, \bar{t}_3], \\ \lambda_1\gamma(1-t) - c + t(p_1\lambda_1\gamma + p_2\lambda_2\gamma + p_3\lambda_3\gamma), & t \in [\bar{t}_3, 1]. \end{cases}$$

Рассмотрим производную выигрыша агента 1, $V'(t)$, для каждого интервала налоговой ставки.

(16) $$V_1'(t)=\begin{cases}\dfrac{(p_2+p_3)}{p_1}, & t\in[0,\hat{t}_2],\\ -\left(\gamma(\lambda_1-\lambda_2)+1\right), & t\in(\hat{t}_2,\bar{t}_2],\\ -\left(1-\dfrac{p_1}{p_1+p_2}\right)\lambda_1\gamma+\dfrac{p_2\lambda_2\gamma+p_3}{p_1+p_2}, & t\in(\bar{t}_2,\hat{t}_3],\\ -\left(\gamma(\lambda_1-\lambda_3)+1\right), & t\in(\hat{t}_3,\bar{t}_3],\\ -\left(\lambda_1-\bar{\lambda}\right)\gamma, & t\in(\bar{t}_3,1].\end{cases}$$

Из условия (16) получаем первую часть утверждения 2. На интервале $t\in[\bar{t}_2,\hat{t}_3]$ выигрыш первого агента положителен лишь в случае, если выполнено условие

(17) $$p_3>p_2\left(\lambda_1-\lambda_2\right)\gamma.$$

Аналогичным образом доказываем вторую и третью части утверждения.

Выигрыш агентов группы 2 равняется $V_2 = 1 - t$, если ставка налога меньше $\bar{t}_2$, и равен $V_2=\lambda_2\gamma(1-t)-c+s$ в противном случае.

Выпишем функцию выигрыша агентов группы 2 на каждом интервале:

(18) $$V_2=\begin{cases}1-t, & t\in[0,\bar{t}_2],\\ \lambda_2\gamma(1-t)-c+\dfrac{t\left(p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3\right)}{p_1+p_2}, & t\in(\bar{t}_2,\hat{t}_3],\\ (\lambda_2\gamma+1-\lambda_3\gamma)(1-t), & t\in[\hat{t}_3,\bar{t}_3],\\ \lambda_2\gamma(1-t)-c+t\left(p_1\lambda_1\gamma+p_2\lambda_2\gamma+p_3\lambda_3\gamma\right), & t\in(\bar{t}_3,1].\end{cases}$$

Рассмотрим производную выигрыша агента группы 2 $V'(t)$ для каждого интервала налоговой ставки.

(19) $$V_2'(t)=\begin{cases}-1, & t\in[0,\bar{t}_2],\\ \dfrac{p_1\left(\lambda_1\gamma+\lambda_2\gamma\right)+p_3}{p_1+p_2}, & t\in(\bar{t}_2,\hat{t}_3],\\ -\left(\gamma(\lambda_2-\lambda_3)+1\right), & t\in(\hat{t}_3,\bar{t}_3],\\ -\left(\lambda_2-\bar{\lambda}\right)\gamma, & t\in(\bar{t}_3,1].\end{cases}$$

Из условия (19) получаем вторую часть утверждения 2. На интервале $t\in[\bar{t}_3,1]$ выигрыш агента группы положителен лишь в случае, если $\bar{\lambda}>\lambda_2$, т.е. вероятность успеха инновационного проекта для участников группы 2 ниже, чем средняя вероятность по экономике. Это возможно лишь в случае, если существует большой разрыв в вероятности успеха инновационного проекта между агентами группы 1 и группы 2, либо доля агентов группы 1 в общей численности агентов велика.

Для агентов группы 3 выигрыш равняется $V_3 = 1 - t$ для ставок налогов меньше $\overline{t_3}$ и равен $V_3 = \lambda_3\gamma(1-t) - c + s$ в противном случае. Тогда получаем, что

(20)
$$V_3 = \begin{cases} 1-t, & t \in [0, \overline{t_3}], \\ \lambda_3\gamma(1-t) - c + t\left(p_1\lambda_1\gamma + p_2\lambda_2\gamma + p_3\lambda_3\gamma\right), & t \in (\overline{t_3}, 1]. \end{cases}$$

Рассмотрим производную выигрыша агента группы 3, $V'(t)$, для каждого интервала налоговой ставки.

(21)
$$V_3'(t) = \begin{cases} -1, & t \in [0, \overline{t_3}],. \\ \left(\overline{\lambda} - \lambda_3\right)\gamma, & t \in (\overline{t_3}, 1]. \end{cases}$$

Согласно предпосылкам модели $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$, тогда всегда верно, что $\lambda_3 < \overline{\lambda}$. Из уравнения (21) получаем третью часть утверждения 2.

Утверждение доказано.

Утверждение 5. *Политическое равновесие с положительной инвестиционной субсидией возможно, только если одновременно выполняются следующие условия:*

1) вероятность успеха для агентов второй группы(λ_2) относительно велика;

2) разрыв между λ_1 и λ_2 незначительный;

3) разрыв между λ_2 и λ_3 незначительный;

4) высока доля агентов третьей группы (p_3).

Доказательство. Проанализируем влияние параметров модели на выбор политического равновесия.

Из уравнений (10) и (15) получаем

(22)
$$V_1(\hat{t}_3) = \frac{\left[1 + (\lambda_1 - \lambda_3)\gamma\right] \cdot \left[p_1(\lambda_1\gamma - c - 1) + p_2(\lambda_2\gamma - c - 1) + 1\right]}{1 + p_1(\lambda_1 - \lambda_3)\gamma + p_1(\lambda_2 - \lambda_3)\gamma}.$$

При этом из уравнений (4) и (15) получаем, что

(23)
$$V_1(\hat{t}_2) = (\lambda_1\gamma - \lambda_2\gamma + 1)\left(\frac{p_1(\lambda_1\gamma - c - 1) + 1}{1 + p_1\gamma(\lambda_1 - \lambda_2)}\right).$$

Условие $V_1(\hat{t}_3) > V_1(\hat{t}_2)$ выполнено, если

(24)
$$(1 + A')(1 + B')(1 + C') > (1 + D')(1 + E')(1 + F'),$$

где

$$A' = (\lambda_1 - \lambda_3)\gamma;$$
$$B' = p_1(\lambda_1\gamma - c - 1) + p_2(\lambda_2\gamma - c - 1);$$
$$C' = p_1\gamma(\lambda_1 - \lambda_2);\qquad (25)$$
$$D' = (\lambda_1 - \lambda_2)\gamma;$$
$$E' = p_1(\lambda_1\gamma - c - 1);$$
$$F' = p_1(\lambda_1 - \lambda_3)\gamma + p_1(\lambda_2 - \lambda_3)\gamma.$$

Аналогично для второй группы мы можем определить

$$V_2(\hat{t}_3) = \frac{\left[1 + (\lambda_2 - \lambda_3)\gamma\right] \cdot \left[p_1(\lambda_1\gamma - c) + p_2(\lambda_2\gamma - c) + p_3\right]}{1 + p_1(\lambda_1 - \lambda_3)\gamma + p_1(\lambda_2 - \lambda_3)\gamma}. \qquad (26)$$

Существует также дополнительное условие (27), при котором большинство агентов выберут равновесие со ставкой налога $\hat{t}_3$ и положительными субсидиями

$$V_2(\hat{t}_3) > V_2(\theta). \qquad (27)$$

Условие (27) может быть переписано как

$$(1 + A)(1 + B) > (1 + C)(1 + D), \qquad (28)$$

где

$$A = (\lambda_2 - \lambda_3)\gamma;$$
$$B = p_1(\lambda_1\gamma - c - 1) + p_2(\lambda_2\gamma - c - 1);$$
$$C = \frac{p_1(\lambda_1\gamma - c - 1)}{1 - p_1};\qquad (29)$$
$$D = p_1(\lambda_1 - \lambda_3)\gamma + p_1(\lambda_2 - \lambda_3)\gamma.$$

Обозначим различие между выигрышем агента второй группы в каждом из возможных равновесных распределений функцией $F(\cdot)$.

$$F(\cdot) \equiv V_2(\hat{t}_3) - V_2(\theta). \qquad (30)$$

Различие между выигрышем первого агента в каждом из распределений, где функция выигрыша первого агента достигает локального максимума, обозначим функцией $H(\cdot)$.

$$H(\cdot) \equiv V_1(\hat{t}_3) - V_1(\hat{t}_2). \qquad (31)$$

Исходя из утверждения 4, если $F(\cdot) > 0$ и $H(\cdot) > 0$, то политическим равновесием будет распределение с положительной инвестиционной субсидией, если $F(\cdot) < 0$, то политическим равновесием будет распределение с подушевым трансфертом. При $F(\cdot) > 0$ и $H(\cdot) < 0$ политического равновесия не существует.

Частные производные функции F обладают свойствами $F'_{\lambda 2}(\cdot) > 0$, $F'_{\lambda 3}(\cdot) < 0$, $F'_{p3}(\cdot) < 0$, $F'_{p2}(\cdot) > 0$ при значениях параметров модели, удовлетворяющих основным предпосылкам.

Знаки $F'_{\lambda 1}(\cdot)$, $F'_{p1}(\cdot)$, $F'_{c}(\cdot)$, $F'_{\gamma}(\cdot)$ зависят от параметров модели.

Из утверждения 2 необходимым условием для $H > 0$ является $p_3 > p_2\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)\gamma$. Это условие выполнено лишь при относительно высоких значениях p_3 и небольшом разрыве между λ_1 и λ_2.

Утверждение доказано.

Утверждение 6. *В рассматриваемой экономике темпы экономического роста равны (γ – 1)n, где n – доля агентов, осуществляющих инвестиции в накопление человеческого капитала.*

Доказательство. Определим валовый выпуск в экономике как сумму доходов агентов. Каждый период $(1 - n)$ агентов не осуществляют рисковые инвестиции в образование и получают гарантированный доход h_t, n агентов осуществляют инвестиции. В зависимости от распределения способностей (λ) для $n \cdot f(n)$ агентов эти инвестиции оказываются успешными, где $f(n)$ – средняя вероятность успеха агента, осуществляющего инвестиции. Тогда их доход равен $(\gamma - c)h_t$. Наконец, для $n(1 - f(n))$ агентов инвестиции в образование не приводят к успеху. Сопоставим объемы выпуска в периодах t и $t + 1$:

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{(1-n)h_{t+1} + f(n)n\left(\gamma h_{t+1} - ch_{t+1}\right) + (1 - f(n))n\left(-ch_{t+1}\right)}{(1-n)h_t + f(n)n\left(\gamma h_t - ch_t\right) + (1 - f(n))n\left(-ch_t\right)} = \frac{h_{t+1}}{h_t}. \tag{32}$$

Так как распределение способностей агентов не меняется от периода к периоду, n и $f(n)$ остаются неизменными. Тогда темпы экономического роста совпадают с темпом роста текущего уровня производительности труда (h).

Динамика h задана как

$$h_{t+1} = \gamma h_t n + (1-n)h_t. \tag{33}$$

Тогда

$$\frac{h_{t+1}}{h_2} = \left(\gamma - 1\right)n + 1. \tag{34}$$

Утверждение доказано.

Утверждение 7. *В базовой модели с дискретным распределением способностей, если выполняется условие (35), то существует такое ρ^*, для которого при $\rho < \rho^*$ политическое равновесие с инвестиционными субсидиями является оптимальным, при $\rho > \rho^*$ политическое равновесие с подушевыми трансфертами является оптимальным. Если условие (35) не выполнено, всегда оптимальным будет равновесие с подушевыми трансфертами.*

$$p_1\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)\gamma > c - \lambda_2\gamma. \tag{35}$$

Введем функцию $\psi(n)$ – средневзвешенную вероятность успеха инвестиционного проекта. В базовой модели $\psi(n)$ задана как

$$\psi(n)=\begin{cases}\lambda_1\ n\le p_1,\\ \dfrac{\lambda_1 p_1+\lambda_2(n-p_1)}{n},\ \ p_1<n<p_2+p_1,\\ \dfrac{\lambda_1 p_1+\lambda_2 p_2}{p_1+p_2},\ \ n=p_1+p_2,\\ \dfrac{\lambda_1 p_1+\lambda_2 p_2+\lambda_3(n-p_1-p_2)}{n},\ \ n>p_1+p_2.\end{cases} \tag{36}$$

При этом при разных ставках налога доля агентов, осуществляющих рисковые инвестиции, равна

$$n=\begin{cases}p_1,\ \ t\in[0,\hat{t}_2],\\ p_1+\dfrac{t+p_1t(\lambda_1-\lambda_2)\gamma-p_1(1+c-\lambda_2\gamma)}{p_2(1+c-\lambda_2\gamma)},\ \ t\in(\hat{t}_2,\bar{t}_2],\\ p_1+p_2,\ \ t\in(\bar{t}_2,\hat{t}_3],\\ p_1+p_2+\dfrac{t+p_1t(\lambda_1-\lambda_3)\gamma+p_1t(\lambda_2-\lambda_3)\gamma-(p_1+p_2)(1+c-\lambda_3\gamma)}{p_3(1+c-\lambda_3\gamma)},\ \ t\in(\hat{t}_3,\bar{t}_3],\\ 1,\ \ t\in(\bar{t}_3,1].\end{cases} \tag{37}$$

Так как функция общественного благосостояния выглядит как

$$W=\frac{(1-n)h_t+\psi(n)n\gamma h_t-nch_t}{\rho-(\gamma-1)n}=h_t\frac{1+n(\gamma\psi(n)-c-1)}{\rho-(\gamma-1)n},$$

получим при разных значениях налоговой ставки

$$W=\begin{cases}\dfrac{1+p_1(\lambda_1\gamma-1-c)}{\rho-(\gamma-1)p_1},t\in[0,\hat{t}_2],\\ \dfrac{1+p_1\gamma(\lambda_1-\lambda_2)-n\{t\}(1+c-\lambda_2\gamma)}{\rho-(\gamma-1)n\{t\}}\ \ t\in(\hat{t}_2,\bar{t}_2],\\ \dfrac{1+p_1(\lambda_1\gamma-1-c)+p_2(\lambda_2\gamma-1-\tilde{n})}{\rho-(\gamma-1)(p_1+p_2)},\ \ t\in(\bar{t}_2,\hat{t}_3],\\ \dfrac{1+\gamma(\lambda_1-\lambda_3)p_1+\gamma(\lambda_2-\lambda_3)p_2-n\{t\}(c+1-\lambda_3\gamma)}{\rho-(\gamma-1)n\{t\}},\ \ t\in(\hat{t}_3,\bar{t}_3],\\ \dfrac{1+(\gamma\lambda_1p_1+\gamma\lambda_2p_2+\gamma\lambda_3p_3-c-1)}{\rho-(\gamma-1)}.\end{cases} \tag{38}$$

Функция $W(n)$ является непрерывной, так как n и $\psi(n)$ – непрерывные функции.

Согласно свойствам функции вида $y = \frac{a+bx}{c+dx}$ при $x > -c/d$ $y(x)$ – монотонно возрастающая, либо монотонно убывающая функция. Благодаря этому свойству функция социального благосостояния может достигать максимума лишь в двух случаях: при $n = p_1$, что соответствует равновесию с подушевыми трансфертами, и при $n = p_1 + p_2$[9].

Сравним значения функции благосостояния в двух возможных ситуациях $W(p_1) > W(p_1 + p_2)$, если

$$\frac{\rho}{\gamma-1} > \frac{1+p_1\gamma(\lambda_1-\lambda_2)}{(1+c-\lambda_2\gamma)}. \tag{39}$$

В случае, если неравенство (39) выполняется, максимум общественного благосостояния достигается при $n = p_1$.

По определению $\rho > \gamma - 1$. В противном случае функция благосостояния не определена на всей области определения. Тогда неравенство (39) всегда выполняется, если

$$p_1(\lambda_1-\lambda_2)\gamma < c - \lambda_2\gamma \tag{40}$$

или

$$p_1\lambda_1\gamma + (1-p_1)\lambda_2\gamma < c.$$

Утверждение доказано.

Утверждение 8. *В экономике с альтруизмом при β = 1 существует политическое равновесие с подоходными налогами и подушевыми трансфертами в случае, если способности агентов второй группы относительно низкие. В равновесии ставка подоходного налога θ' выше, чем соответствующая ставка в экономике без альтруизма (θ).*

Первая часть утверждения следует из анализа функции общественного благосостояния (38). При низких значениях λ_2 условие (40) выполнятся и функция W достигает максимума при $p = p_1$. При наличии альтруизма индивиды учитывают выигрыши будущих поколений, однако в случае низких значений λ_2 вклад выигрышей будущих поколений в общую функцию выигрыша агента незначителен.

Определим ставку налога в равновесии с подушевыми трансфертами в базовой модели. Условие участия для агентов первой группы выглядит как

$$\lambda_1 \cdot \gamma \cdot (1-t) - c \geq 1. \tag{41}$$

Тогда

$$t \leq \frac{\lambda_1\gamma - 1 - c}{(1-p_1)(\lambda_1\gamma-1)}. \tag{42}$$

---

[9] Случай t = 1 не представляется интересным, поскольку при реалистичных параметрах модели (низком λ_3) значение $W(1)$ становится отрицательным.

Как следствие, ставка подоходного налога при равновесии с трансфертами равна

$$\theta = \frac{\lambda_1\gamma - 1 - c}{(1-p_1)(\lambda_1\gamma - 1)}. \tag{43}$$

Уровень трансферта определяется из условия сбалансированного бюджета как

$$Tr = \frac{(\lambda_1\gamma - 1 - c)(1 - p_1 + p_1\lambda_1\gamma)}{(1-p_1)(\lambda_1\gamma - 1)}. \tag{44}$$

Подставим найденные ставки налогов и трансфертов в функцию выигрыша агентов

$$\begin{gathered} V_1(\theta) = 1, \\ V_2(\theta) = V_3(\theta) = 1 + \frac{p_1(\lambda_1\gamma - c - 1)}{p_3 + p_2}. \end{gathered} \tag{45}$$

Рассмотрим потенциальное равновесие с подушевыми трансфертами в экономике с альтруизмом.

Условие участия, при котором агенты группы 1 будут осуществлять инвестиции, записывается как

$$(\lambda_1\gamma(1-t) - c)\left(1 + \frac{1+(\gamma-1)p_1}{1+\delta}\right)\left[\beta + (1-\beta)p_1\right] + \frac{1+(\gamma-1)p_1}{1+\delta}(1-\beta)(p_2+p_3)V_2 \geq \left(1 + \frac{1}{1+\delta}\right). \tag{46}$$

При β = 1 условие участия выглядит как

$$(\lambda_1\gamma(1-t) - c)\left(1 + \frac{1+(\gamma-1)p_1}{1+\delta}\right) \geq \left(1 + \frac{1}{1+\delta}\right). \tag{47}$$

Тогда

$$t \leq 1 - \frac{\dfrac{(2+\delta)}{(2+\delta+(\gamma-1)p_1)} + c}{\lambda_1\gamma}. \tag{48}$$

Максимальный возможный уровень налоговой ставки, при котором условие участия (48) выполняется, равен

$$\theta' = \frac{\lambda_1\gamma - \dfrac{(2+\delta)}{(2+\delta+(\gamma-1)p_1)} - c}{\lambda_1\gamma}. \tag{49}$$

Так как $\dfrac{(2+\delta)}{(2+\delta+(\gamma-1)p_1)} < 1,$ то $\theta' > \theta.$

Утверждение доказано.